OCT 17 1928

Physikalische Zeitschrift

Begründet von E. Riecke und H. Th. Simon

Herausgeber:
Professor Dr. **M. Born** und
Professor Dr. **P. Debye**

Schriftleiter:
Dr. **Hans Küstner** in Göttingen

Die Physikalische Zeitschrift erscheint monatlich zweimal im Umfange von zwei bis vier Bogen und wird nummernweis zur Grundzahl 1 mal Schlüsselzahl des Börsenvereins der Deutschen Buchhändler postfrei geliefert. Für das Ausland beträgt der Preis 9 schweiz. Frcs. vierteljährlich. Bestellungen nehmen jede Buchhandlung sowie die Verlagsbuchhandlung entgegen. Anzeigen werden für die einmal gespaltene Millimeterzeile zur Grundzahl M. —.15, Beilagen zur Grundzahl M. 3.— für je Tausend berechnet.

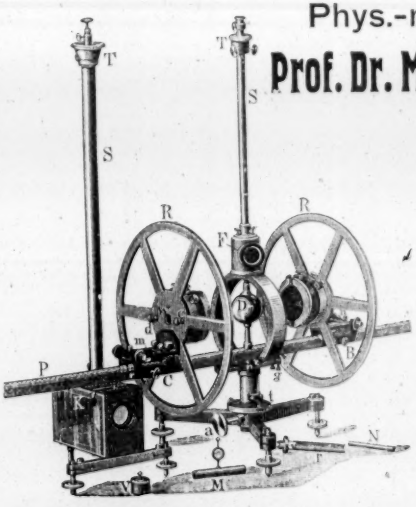
Alle Manuskriptsendungen und darauf bezügliche Zuschriften sind zu richten entweder an die Herausgeber: Professor Dr. M. Born, Göttingen, Planckstraße 21, und Professor Dr. P. Debye, Zürich, Physikgebäude, Gloriastr. 35 oder an die Schriftleitung: Dr. Hans Küstner, Göttingen, Bunsenstraße 9, Physikalisches Institut der Universität, alle Büchersendungen und Anzeigenaufträge an den

Verlag von **S. Hirzel** in Leipzig, Königstraße 2.

No. 16. Leipzig, 15. August 1923. **24. Jahrgang.**

No. 644.
Printed in Germany.

Phys.-mech. Institut von
Prof. Dr. M. Th. Edelmann & Sohn,
München.



Spiegel-Galvanometer
für
absolute Messungen.

Katalog 30 erschienen und ebenso wie Spezialliste No. 29 über Saitengalvanometer und Registrierapparate, Spezialliste No. 31 über einfache Präzisionsschulapparate gratis und franko.

Inhaltsverzeichnis:

(B. = Besprechungen.)

	Seite
Brezina, O., Untersuchungen über die Zeitgesetze der unelastischen Deformation bei Zink und Flußeisen	338
Debye, P., Kinetische Theorie der Gesetze des osmotischen Drucks bei starken Elektrolyten	334
Elektrolyte: Kinetische Theorie der Gesetze des osmotischen Drucks bei starken —, v. P. Debye	334
Flußeisen: Untersuchungen über die Zeitgesetze der unelastischen Deformation bei Zink und —, v. O. Brezina	338
Kreiselapparate: Die Störung von Pendel- und — durch die Beschleunigung des Fahrzeuges, v. M. Schuler	344
Lichtelektrische Ströme von hundert Ampère, v. W. Schottky	350
Pendelapparate: Die Störung von — und Kreiselapparaten durch die Beschleunigung des Fahrzeuges, v. M. Schuler	344
Scholl, H.†	329
Schottky, W., Lichtelektrische Ströme von hundert Ampère	350
Schuler, M., Die Störung von Pendel- und Kreiselapparaten durch die Beschleunigung des Fahrzeuges	344
Schulze, A., Die elektrische und Wärme-Leitfähigkeit. (B.)	352
Wärme-Leitfähigkeit: Die elektrische und —, v. A. Schulze. (B.)	352
Wiener, O., Hermann Scholl†	329
Zink: Untersuchungen über die Zeitgesetze der unelastischen Deformation bei — und Flußeisen, v. O. Brezina	338

Infolge der wirtschaftlichen Verhältnisse und der damit verbundenen Schwierigkeiten hat sich die Herausgabe dieser Nummer leider stark verzögert. Die nächsten Nummern werden jedoch möglichst noch in diesem Monate erscheinen.

Gleichzeitig werden die Postbezieher der Zeitschrift darauf aufmerksam gemacht, dass wegen der Unmöglichkeit, schon zu Beginn des Quartals einen festen Preis für diese Zeit anzugeben, die Physikalische Zeitschrift nicht mehr bei der Post bestellt werden kann. Ich bitte daher die Bestellungen rechtzeitig an mich direkt einzusenden und ich werde für die pünktliche Zustellung der Nummern Sorge tragen.

Leipzig, Königstrasse 2. *S. HIRZEL.*

Neuste Konstruktion!

Kugelepiskop. D.R.P. 250314.

Franz Schmidt & Haensch

Berlin S. 42, Prinzessinnenstraße 16

Werkstätten für Präzisions-Mechanik und Optik.

Neue optische Spezialinstrumente eigener Konstruktion, Polarisations-, Spektral-, Projektionsapparate, Episkope u. a.

Preislisten kostenlos.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 16. 15. August 1923. Redaktionsschluß für No. 18 am 5. September 1923. 24. Jahrgang.

INHALT:

Otto Wiener, Hermann Scholl †. S. 329.

Originalmitteilungen:

P. Debye, Kinetische Theorie der Gesetze des osmotischen Drucks bei starken Elektrolyten. S. 334.

O. Brezina, Untersuchungen über die Zeitgesetze der unelastischen Deformation bei Zink und Flußeisen. S. 338.

M. Schuler, Die Störung von Pendel- und Kreiselapparaten durch die Beschleunigung des Fahrzeuges. S. 344.

W. Schottky, Lichtelektrische Ströme von hundert Ampère. S. 350.

Besprechungen:

A. Schulze, Die elektrische und Wärme-Leitfähigkeit. S. 352.

Personalien. S. 352.

Hermann Scholl †.

Von Otto Wiener.

Am 26. Juni 1923 starb Dr. Hermann Scholl, Professor für angewandte Physik an der Universität Leipzig. Die Universität verliert mit ihm einen gründlichen Forscher und ausgezeichneten Lehrer, ich selbst meinen ersten Schüler und Assistenten, meinen treuen Mitarbeiter während 28 Jahren, dem ich mich zu innigem Dank verpflichtet fühle.

Scholl wurde geboren am 14. Januar 1872 in Eupen als Sohn eines Oberstabsarztes; seine Mutter war eine geborene Mayer und stammt aus dem gleichen Geschlecht wie der berühmte Arzt und Physiker Robert Mayer, auf welche Seite vielleicht seine wissenschaftliche Anlage zurückgeht. Nach Durchlaufen des Progymnasiums seiner Heimatstadt bildete er sich zunächst in den Fachklassen der Maschinenbauschule in Aachen fort, war dann in Werkstatt und Bureau einer Maschinenfabrik tätig und studierte 1892/95 Elektrotechnik an der Technischen Hochschule zu Aachen. Dort lernte ich ihn im physikalischen Praktikum als einen jungen Mann von besonderer Befähigung kennen, dessen scharfer Blick bei der Beurteilung von Fehlerquellen an Apparaten mir auffiel. Als ich daher im Jahre 1895 als Professor der Experimentalphysik nach Gießen ging, wo ich keinen Assistenten vorfand, bat ich ihn, als mein Assistent mitzukommen. Dort hatte er Gelegenheit, eine Doktorarbeit auszuführen, nachdem er zuvor die Reifeprüfung an einem Realgymnasium bestanden hatte. Die Vorbereitung dafür setzte er neben seiner Amtstätigkeit mit großer Tatkraft durch. Für seine Arbeit hatte ich ihm einen Gegenstand vorgeschlagen, der mir selbst nahelag. Ich hatte

nämlich gefunden, daß Daguerreotypschichten, bestehend aus einer Silberunterlage mit keilförmiger Jodsilberauflage ein Maximum der Empfindlichkeit an der Stelle aufweisen, wo der Bauch der stehenden Lichtwellen an der Oberfläche der Jodsilberschicht lag. Darüber hinaus vermutete ich einen Zusammenhang der Vorgänge im Daguerreotyp mit dem damals kurz vorher von Hallwachs entdeckten Effekt. Die Weiterverfolgung dieser Fragen schien also besonders aussichtsreich. Scholl stellte zunächst fest, daß jenes Zusammentreffen des Maximums der Empfindlichkeit mit dem Wellenbauch in der Oberfläche in der Tat ein genaues sei, und daß selbst im Innern der Schicht das Maximum der Empfindlichkeit nicht mit dem Maximum der Lichtstärke im Innern zusammenhing, sondern mit dem Maximum an der Oberfläche. Durch Wegwischen einer Oberflächenschicht und nachherige Entwicklung konnte dies nachgewiesen werden; es entstand daher die Frage, warum gerade die Oberfläche für die Empfindlichkeit maßgebend sei. Scholl zeigte, daß es der katalytischen Wirkung des Sauerstoffs der Luft oder statt dessen auch des Joddampfes bedurfte, um eine besondere Lichtempfindlichkeit der Jodsilberschicht hervorzurufen. In reinem Stickstoff oder Wasserstoff besitzt sie keine Lichtempfindlichkeit. Diese Tatsachen wurden zunächst an reinem Jodsilber nachgewiesen, von dem schon Schultze-Sellack gezeigt hatte, daß es von dem Licht aufgerauht wird. Scholl wies nach, daß das so veränderte Jodsilber reines Jodsilber sei und nicht eine Modifikation desselben.

Daran schloß sich später die merkwürdige Entdeckung, daß von dem Jodsilber durch die Belichtung Teilchen herausgerissen und von der Oberfläche weggeschleudert werden, so daß sie auf einer darübergelagerten Glasplatte aufgefangen werden können. Eine auf die Jodsilberschicht aufgelegte schwach gewölbte Linse nimmt unter diesem Einfluß einen um die Mitte herumliegenden Ring von Jodsilber auf. Diese merkwürdige Beobachtung wollte Scholl später noch weiter verfolgen, ohne die Zeit dazu zu finden; und so kommt es, daß sie bis heute noch nicht veröffentlicht wurde. Schultze-Sellack hatte ferner gefunden, daß bei einer Daguerreschicht mit nur schwacher Silberunterlage durch die Belichtung das Silber in Jodsilber verwandelt wird. Darüber hinaus zeigte Scholl, daß das Jodsilber an der Oberfläche zu Silber reduziert wird, sodaß diese nach der Belichtung Metallglanz annimmt. Die Daguerreschicht wird also durch die Belichtung umgekehrt wie ein Handschuh, den man umstülpt. Dieser Vorgang kann nur so verstanden werden, daß das Jod in der Richtung des Lichtes wandert. In der Tat konnte Scholl auch zeigen, daß mit dieser Wanderung ein negativ elektrischer Strom verbunden ist, den man auffangen kann, wenn man die Jodschicht zwischen Platinbelege einbettet. Die Frage nach der genaueren Natur dieses Stromes blieb zunächst noch offen.

Als daher Scholl im Jahre 1899 mit mir nach Leipzig übergesiedelt war, verfolgte er diese Dinge weiter in einer tiefgründigen, umfangreichen Arbeit, die er 1904 zu seiner Habilitation an der Universität Leipzig verwendete. Um einfache Verhältnisse zu erhalten, stellte er eine möglichst gleichmäßige Jodsilberschicht von 0,1 bis 0,3 mm Dicke her, die er zwischen zwei mit Jodkali gefüllte Tröge einschaltete. Bei ihrer Belichtung ergaben sich elektromotorische Kräfte und Widerstandsänderungen, die er genauer untersuchte. Ähnliche Versuche waren zwar schon von Becquerel und Luggin angestellt worden, und die auftretenden Potentiale wurden als „Oxydationspotentiale“ aufgefaßt. Daß an der Oberfläche infolge der Belichtung auftretendes freies Jod in der Tat in dieser Richtung wirkte, konnte Scholl bestätigen, aber darüber hinaus wies er nach, daß auch „Diffusionspotentiale“ mitwirkten. Zunächst

ergaben sich sehr verwickelte Erscheinungen, die erst ihre Klärung fanden durch die Annahme, daß eine violette Vorbestrahlung einen Stoff erzeugt, der die Schicht für längerwellige Strahlen empfindlicher macht, als sie vorher war. Die einfachsten Bedingungen mußten sich daher ergeben, wenn nur mit violetter Bestrahlung gearbeitet wurde, und zwar in dem Gebiete, wo das Jodsilber, das im Bereich langer Wellen nur eine geringe Absorption besitzt, sprungweise außerordentliche Absorption aufweist. Dabei zeigte sich, daß die auftretende Widerstandsverminderung eine plötzliche war und so große Beträge annahm, wie sie dem Kurzschluß einer Schicht von 0,01 mm Dicke entspricht; das setzt ein Leitendwerden der Schicht in einer Tiefe voraus, bis zu der das violette Licht wegen der außerordentlichen Absorption gar nicht mehr merklich vordringen konnte. Und zwar drangen die Elektrizitätsträger 20- bis 30-mal so tief in die Schicht ein, als das Licht selbst. Es trat die Frage auf, ob elektrolytische Ionen in der Lage wären, diese Widerstandsänderungen zu erklären. Eine genaue Untersuchung zeigte, daß man diesen Trägern, um die Erscheinung zu erklären, das Zwanzigfache der Beweglichkeit zuschreiben müßte, als die hier in Frage kommenden Ionen in wässeriger Lösung besitzen. Damit war der Nachweis geführt, daß die gewöhnlichen Ionen für die Erscheinung nicht verantwortlich gemacht werden konnten, vielmehr nur Elektronen, die, wie einige Jahre vorher Lenard gezeigt hatte, diejenigen elektrischen Träger sind, die beim Hallwachs-Effekt die Entladung bewirken. Es ist damit meines Wissens das Auftreten von Elektronen in nichtleitenden Schichten wie Jodsilber, d. h. metallische Leitfähigkeit in solchen Stoffen, zum erstenmal von Scholl nachgewiesen worden. Und Scholl spricht schon damals die Vermutung aus, daß auch in anderen Fällen bei photochemischen Reaktionen intermolekulare Kathodenstrahlen eine Rolle spielen möchten. Leider ist diese sehr scharfsinnige und wichtige Arbeit wohl weniger beachtet worden, als sie es verdiente, und erst neuerdings hat Röntgen in seiner letzten Arbeit auf sie Bezug genommen.

Als Privatdozent verleugnete Scholl nicht seine Neigung zur Elektrotechnik, von der er ja ausgegangen war, und hielt häufig Vorlesungen auf diesem Gebiete. Sie gaben ihm Anlaß zur Veröffentlichung reizvoller Demonstrationsversuche der Ankerrückwirkung bei Gleichstrommaschinen. Dabei zeigte er, wie man eine solche Maschine durch eine geeignete Stellung der Bürsten allein unter dem Einfluß des Ankerfeldes statt des Schenkelfeldes sowohl als Dynamo, wie als Motor laufen lassen kann.

Sehr schön ist auch seine „Demonstration der Schwingungsgesetze", die er in der Zeitschrift für den phys. u. chem. Unterricht veröffentlichte. Ein zwischen Federn eingespannter Wagen, der auf einer Schiene hin und her rollen kann, wird durch einen Motor veränderlicher Umlaufszahl einer periodisch veränderlichen Kraft ausgesetzt, die an dem Endpunkt der einen Feder angreift. Zwei übereinander angebrachte Zeiger gestatten, den Mitschwingungsvorgang in allen Einzelheiten nach Ausschlag und Phase zu übersehen.

Eine hübsche Veröffentlichung über die Justierung des Quadrantelektrometers sei an dieser Stelle noch erwähnt, worin Scholl zeigt, wie man gleichzeitig Unabhängigkeit der Nullstellung vom Nadelpotential und genaue Proportionalität zwischen Empfindlichkeit und Nadelpotential erreichen kann, und die Konstruktion einer stabilen und leichten Quadrantennadel beschreibt.

Als nun an der Universität das Bedürfnis auftrat, der angewandten Physik eine planmäßige Stelle zuzuweisen, dachte die Fakultät in erster Linie an Scholl, den das Sächsische Ministerium 1910 zum planmäßigen außerordentlichen Professor für

angewandte Physik ernannte. In der Antrittsrede behandelte er in ebenso tiefgründiger, wie vielseitiger und reizvoller Weise die irdischen Energieschätze und ihre Verwertung. Sie ist 1912 in der Monatsschrift „Himmel und Erde" veröffentlicht worden.

Den ursprünglichen Anlaß zur Begründung jener Professur hatte das Bedürfnis der sächsischen Verwaltungsbeamten, die bei ihrer Tätigkeit mit der Industrie in Berührung kamen, gegeben, ein größeres Verständnis für physikalisch-technische Fragen zu gewinnen, und so wünschte man den Studierenden der Jurisprudenz die Gelegenheit zu bieten, diese Dinge genauer kennen zu lernen. Der Erfolg dieses Unternehmens war merkwürdig. Studierende der Jurisprudenz kamen in diese Vorlesungen kaum; sie waren durch ihr juristisches Studium zu sehr in Anspruch genommen. Dagegen sah Scholl zu seinen Füßen sitzen Reichsgerichtsräte und Anwälte, mit denen er durch gutachtliche Tätigkeit beim Reichsgericht in Berührung gekommen war. Sie waren offenbar angelockt durch die außerordentlich klaren Darlegungen, mit denen Scholl die strittigen Patentfragen erörterte. Ja, die würdigen Herren begnügten sich nicht nur mit den Vorlesungen, sie nahmen auch an praktischen Übungen teil.

Und damit komme ich zu einem Gebiet von Scholls Tätigkeit, das mit der Zeit außerordentliche Bedeutung gewann. Es ist für das Gericht und insbesondere für das Reichsgericht außerordentlich schwer, geeignete Gutachter zu finden in schwierigen physikalisch-technischen Fragen. Diejenigen, die solche Fragen sachgemäß behandeln könnten, sind in der Regel durch den Unterricht und die wissenschaftliche Forschung derartig in Anspruch genommen, daß sie nicht in der Lage sind, eine umfangreiche gutachtliche Tätigkeit auszuüben. Männer mit wesentlich juristischer Vorbildung aber, insbesondere die Anwälte, können diese Fragen naturgemäß nur mehr der Form nach behandeln. So kommt es, daß der Schriftenaustausch in Patentstreitigkeiten oft ein schwer zu entwirrendes Knäuel einander widerstreitender Behauptungen bildet. Im Gegensatz dazu zeichnen sich die Schollschen Gutachten durch eine wunderbare Klarheit aus. Er brachte für diese Tätigkeit gerade die richtigen Eigenschaften mit, eine gründliche physikalische und technische Ausbildung und einen durchdringenden scharfen Verstand, verbunden mit der Gabe, die schwierigsten Fragen auch dem Laien klar verständlich zu machen. Es war mir ein Bedürfnis, einige seiner Gutachten genauer kennen zu lernen. Gelegenheit dazu bot mir die Güte des Präsidenten des I. Zivilsenats beim hiesigen Reichsgericht, Dr. Meyer, der mir in einige Schriften von Scholl Einsicht gestattete, und Frau Prof. Scholl, die mir Konzepte zugänglich machte. Der Herr Senatspräsident brachte bei seinem Gespräch mit mir zum Ausdruck, daß das Reichsgericht Scholls Tätigkeit außerordentlich hoch schätzte und daß man in ihm nicht bloß den Gelehrten, sondern auch den Menschen von edlem, lauteren Charakter schätzte. Diese Tätigkeit Scholls war eine Sache von weittragender Bedeutung. Auf der einen Seite handelt es sich um den Schutz der Patente, die nicht unter zweifelhaften Vorwänden umgangen werden sollen; auf der anderen Seite darum, daß die Inhaber von Patenten nicht auch das Recht haben sollen wichtigen Fortschritten im Wege zu stehen; und es ist im einzelnen Fall manchmal sehr schwierig, festzustellen, ob eine wichtige Neuerung vorliegt oder nicht. Es handelt sich also im ganzen um nichts Geringeres als um wichtige Angelegenheiten der deutschen Industrie, die einerseits in ihren berechtigten Ansprüchen geschützt werden muß, andererseits freien Raum behalten soll zu Fortschritten und freier Entfaltung. Scholl ging bei seinen Gutachten außerordentlich gründlich vor und stellte,

wenn irgend möglich, Experimente an, um die Fragen zu klären.

Man kann sagen, daß diesen Gutachten eine ganze Anzahl wichtiger Untersuchungen zugrunde liegen, deren Ergebnisse der Industrie zugute gekommen sind. Es ist ein Genuß, ein solches Gutachten von Scholl zu lesen: klare Fragestellung, klare Antwort, Hervorhebung des Wesentlichen, ohne daß die Nebenfragen zu kurz kommen. Dabei kommt auch gelegentlich der Humor zu seinem Rechte, wenn er den Anlaß hat, die in den Schriftsätzen vorkommende Benutzung von Begriffen ohne Inhalt zu geißeln.

Hier liegt eine außerordentliche Arbeit verborgen. Ich habe nicht weniger als 74 Patentsachen in seinem Archiv gezählt, beginnend mit einer solchen aus dem Jahre 1906, dann vom Jahre 1910 ab mit zunehmender Stärke einsetzend. Scholl selbst machte aus dieser außerordentlichen Arbeit kein Aufheben, nur wenig erfuhr ich davon, und ich bin jetzt erstaunt, welche Schätze hier verborgen liegen. Er kommt mir fast vor wie ein Generalstabschef unserer früheren Armee, der im stillen Erstaunliches leistete, ohne daß die Welt etwas davon erfährt.

Es ist kein Wunder, daß ein solcher Mann auch ausgezeichnet war als Lehrer. Seine Vorträge waren von einer kristallenen Klarheit. Seine Tätigkeit nahm in den letzten Jahren gewaltig zu, als die Technik die Bedeutung der Physik für sie erkannte und ein großer Bedarf an jungen Physikern in der Technik auftrat; so kam es, daß dem Institut neuerdings eine Menge von Jüngern zuströmte, die physikalisch doktorieren wollen, um später in die Technik zu gehen. Für diese hielt er ausgezeichnete Praktika ab über Elektrotechnik und drahtlose Telegraphie. Dabei verfolgte er den vortrefflichen Grundsatz, nicht etwa in jede Art physikalischer Anwendung eindringen zu wollen, sondern vor allem seinen Schüler zum Physiker zu erziehen, der, wenn er auf einem Gebiete die Sporen erworben hat, auch für jede andere Art der Tätigkeit geeignet erscheint; und von der Technik selbst ist gerade dieses Verfahren als das einzig richtige anerkannt worden.

Bei solchen Gaben zum Unterricht erschien er auch besonders geeignet zum Neuherausgeber von Kohlrauschs „kleinem Leitfaden der praktischen Physik". Er milderte dabei die zwar dem Physiker so angenehme, dem der Physik Ferne-stehenden aber manchmal etwas schwer verständliche Kürze des Ausdrucks, und schickte den einzelnen Abteilungen kurze Erläuterungen voraus, die die fraglichen Gesetze in Erinnerung bringen. Auf einige neuere, in der Anwendung, besonders der medizinischen, wichtige Apparate wird besonders eingegangen.

Die Universität Leipzig verliert daher in ihm einen ganz hervorragenden Lehrer, der bei allen übernommenen Pflichten äußerste Gewissenhaftigkeit und selbstlose Hingabe bewährte, und es ist ein tragisches Verhängnis, daß er den Schauplatz seiner Tätigkeit gerade in dem Augenblick verlassen mußte, wo sie zu voller Entfaltung gelangt war. Eine Krankheit, die schon längst in ihm lag, nahm verhängnisvolle Formen an. Schon im Jahre 1900 wurde mir von seinem Hausarzt bedeutet, den ich in Aachen traf, als Scholl sich in seiner Heimat ein Jahr zur Erholung aufhalten mußte, daß es unrecht von mir sei, seine Habilitation an einer großen Universität zu begünstigen, und doch glaube ich, daß weder er noch ich es zu bereuen hatten. Ich glaube, daß er in seiner Tätigkeit ein großes Glück gefunden hat, weil sie ihm Gelegenheit gab, gerade diejenigen geistigen Kräfte zu betätigen, die in ihm schlummerten. Freilich wurde er durch sein chronisches Leiden dauernd behindert und es ist zu verwundern, was er dabei noch fertiggebracht hat. Ein vorzügliches Haushalten mit seinen Kräften befähigte ihn, sie zweckmäßig zu verwenden. Höchst über-

rascht waren wir alle, wie er nach seiner Verheiratung vor einigen Jahren eine Leistungsfähigkeit entfaltete, die ihm früher vielleicht verhängnisvoll gewesen wäre. Wir haben es seiner Frau zu danken, die ihn so betreute, daß er solcher erhöhten Tätigkeit fähig wurde. Wir hatten allmählich alle Sorge um ihn verloren und glaubten ihn trotz seines Leidens noch lange zu behalten. Aber jedem Menschen, er mag schwächer oder stärker sein, ist ein gewisses Maß Leistungsfähigkeit von Natur aus mitgegeben. Mehr dürfen wir nicht erwarten, als daß dies nach Kräften ausgenutzt wird, und das hat er getan. Es ist nicht abzusehen, was er alles hätte leisten können, wenn er über eine volle Gesundheit verfügt hätte.

Die Gesellschaft für technische Physik in Leipzig verliert in ihm ihren Begründer und mehrjährigen vortrefflichen Vorsitzenden.

Alle, die ihm näher kamen, wußten seinen treuen, lauteren Charakter zu schätzen, der trotz des Schweren, das ihn bedrohte, doch auch den guten rheinischen Humor nicht zu verleugnen imstande war. Wir werden dem lieben Kollegen und Freund stets ein ehrendes Andenken bewahren.

Leipzig, Juli 1923.

(Eingegangen 1. August 1923.)

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Kinetische Theorie der Gesetze des osmotischen Drucks bei starken Elektrolyten.

Von P. Debye[1]).

1. Die starken Elektrolyte sind bei allen Konzentrationen völlig dissoziiert.
2. Die beobachteten Abweichungen von den Grenzgesetzen (für die Konzentration 0) können auf die elektrischen Kräfte zwischen den Ionen und zwischen den Ionen und Molekülen des Lösungsmittels zurückgeführt werden.

Diese beiden Sätze können unserer Ansicht nach heute mit einer an Sicherheit grenzenden Wahrscheinlichkeit begründet werden. Vor einiger Zeit habe ich auf dieser Grundlage die potentielle Energie einer Elektrolytlösung berechnet; auf Grund einer thermodynamischen Überlegung gelangte ich dann zu einer Formel für die Gefrierpunktserniedrigung, welche wie es scheint, in Übereinstimmung mit den Beobachtungen ist[2]).

Indem man, wie das in jener Arbeit geschehen ist, vom thermodynamischen Potential ausgeht, kann man natürlich auch alle diejenigen Erscheinungen, wie z. B. den osmotischen Druck, berechnen, welche, wie man seit langem weiß, mit der Gefrierpunktserniedrigung thermodynamisch verknüpft sind. Es ist bekannt, eine wie große Rolle der osmotische Druck seit van't Hoff auf diesem Gebiete gespielt hat. Deshalb erscheint es wünschenswert, den Ausdruck für den osmotischen Druck auch auf einem andern Wege abzuleiten, auf dem man sich ausschließlich der kinetischen Betrachtungsweise bedient. Dieser Weg bringt übrigens einige Vorteile, weil man weiter die Schwierigkeiten vermeiden kann, die in der angeführten Arbeit durch die Temperaturabhängigkeit der Dielektrizitätskonstante des Lösungsmittels bedingt werden. Sehen wir zunächst, wie einfach die kinetische Überlegung für eine nicht in Ionen dissoziierte gelöste Substanz ausfällt[1]).

1. Eine semipermeable Wand trenne eine links befindliche Lösung mit n gelösten Molekülen im cm^3 von dem rechts von der Wand befindlichen reinen Lösungsmittel. Die Eigenschaft der semipermeablen Wand charakterisieren wir durch die Angabe, daß die potentielle Energie eines gelösten Moleküls von 0 bis ∞

1) Die Notiz erschien zuerst in der Festschrift für F. A. H. Schreinemakers: Recueil des travaux chimiques des Pays-Bas **42**, 597, 1923. Die vorliegende Übersetzung wurde freundlichst von Herrn E. Hückel besorgt.

2) Diese Zeitschr. **24**, 185, 1923. Vgl. dort auch die Hinweise auf frühere Veröffentlichungen anderer Autoren.

1) Von den zahlreichen Autoren, welche sich mit der kinetischen Theorie des osmotischen Druckes befaßt haben, sind besonders zu nennen: L. Boltzmann, H. A. Lorentz, Ph. Kohlstamm, C. Jäger, O. Stern, P. Langevin, J. J. van Laar, P. Ehrenfest.

wächst, wenn es von links nach rechts durch die Wand gebracht wird. Infolge der Temperaturbewegung wird sich ein Gleichgewicht einstellen; es sei f die Anzahl gelöster Moleküle, welche sich im Mittel in der Volumeneinheit in der Umgebung irgendeines Punktes befinden. x, y, z seien die rechtwinkligen Koordinaten dieses Punktes, $dS = dx \cdot dy \cdot dz$ ein Volumenelement. Während einer kleinen Zeit τ kann sich die in dS enthaltende Anzahl $f \cdot dS$-Moleküle aus zwei Ursachen ändern. Erstens besitzen die Moleküle eine Brownsche Temperaturbewegung, welche alle Moleküle aus dS entfernt, die sich zur Zeit $t = 0$ darin befanden. Ebenfalls infolge der Temperaturbewegung gelangen aber nach dS aus jedem benachbarten Volumenelement dS' eine Anzahl $wf'dS'dS$-Moleküle, wo w die Wahrscheinlichkeit dafür mißt, daß ein Molekül aus dS' nach dS gelangt, so daß

$$\int w \cdot dS' = 1.$$

Infolge der Brownschen Bewegung wird sich also die Anzahl der Moleküle in dS vermehren um

$$\delta_1 f dS = -f dS + dS \int w f' dS'.$$

Setzt man darin für f' eine Entwicklung nach Koordinaten, welche von einem Punkte im Innern von dS aus gerechnet werden, so erhält man

$$\delta_1 f dS = \frac{\lambda^2}{2} \Delta f dS = \frac{\lambda^2}{2} \operatorname{divgrad} f \cdot dS;$$

λ^2 ist dabei das mittlere Quadrat der in der Zeit τ erfolgten Verschiebungen in einer der Achsenrichtungen x, y, z.

Sei nun $\mathfrak{K}$ irgendeine auf die Moleküle wirkende Kraft. Unter ihrer Einwirkung wird jedes Molekül eine Geschwindigkeit $\mathfrak{v}$ erhalten, von der wir annehmen, daß sie sich mittels der Gleichung

$$\mathfrak{K} = \varrho \mathfrak{v}$$

berechnen läßt. Unter der Einwirkung dieser Kraft wird nun ferner die Anzahl der Moleküle in dS zunehmen um $\delta_2 f \cdot dS$; diese Zunahme ist gegeben durch die Formel

$$\delta_2 f dS = -\frac{\tau}{\varrho} \operatorname{div} (f \mathfrak{K})\, dS.$$

Indem man für die gesamte Änderung der Molekülzahl in dS setzt

$$\tau \frac{\partial f}{\partial t} dS,$$

erhält man also für f die Differentialgleichung

$$\varrho \frac{\partial f}{\partial t} = \operatorname{div} \left[\frac{\varrho \lambda^2}{2\tau} \operatorname{grad} f - f \mathfrak{K} \right]. \quad (1)$$

Nun weiß man, daß für den Fall des thermischen Gleichgewichts, wenn

$$\mathfrak{K} = -\operatorname{grad} u$$

gesetzt werden kann, sich f nach dem Maxwell-Boltzmannschen Prinzip berechnet zu

$$f = \text{const}\, e^{-\frac{u}{kT}},$$

und daraus schließt man mit Einstein, der zuerst die Brownsche Bewegung auf Grund der hier benutzten Überlegung behandelt hat, daß

$$\frac{\varrho \lambda^2}{2\tau} = kT \quad (2)$$

(k Boltzmannsche Konstante $= 1{,}346 \cdot 10^{-16}$ erg, T absolute Temperatur). Im Innern der semipermeablen Wand gilt also in jedem Punkte

$$kT \operatorname{grad} f - \mathfrak{K} = 0, \quad (3)$$

oder

$$kT \frac{df}{dx} + f \frac{du}{dx} = 0, \quad (3')$$

wenn x senkrecht zur Wand gemessen wird.

Jedes Volumenelement unserer Flüssigkeit muß unter der Einwirkung der äußeren Kräfte und der auf seine Oberfläche wirkenden hydrostatischen Drucke p im Gleichgewicht sein. Die Gleichung, welche diese Gleichgewichtsbedingung ausdrückt, lautet

$$-\operatorname{grad} p + \mathfrak{F} = 0,$$

wenn $\mathfrak{F}$ die äußere auf ein cm³ der Flüssigkeit wirkende Kraft bedeutet. In dem behandelten Falle ist

$$\mathfrak{F}_x = -f \frac{du}{dx}, \quad \mathfrak{F}_y = 0, \quad \mathfrak{F}_z = 0,$$

und wir haben also

$$\frac{dp}{dx} + f \frac{du}{dx} = 0. \quad (4)$$

Durch Kombination von (3') und (4) findet man

$$\frac{dp}{dx} = kT \frac{df}{dx} \quad (5)$$

oder

$$p = fkT + \text{const}. \quad (5')$$

In der Lösung ($f = n$) ist also der hydrostatische Druck größer als im reinen Lösungsmittel ($f = 0$). Die Differenz ist der osmotische Druck P, welcher nach (5') aus der Formel von van't Hoff

$$P = nkT$$

berechnet werden kann.

2. Wir nehmen jetzt an, daß wir es mit einer Elektrolytlösung zu tun haben, bei welcher die elektrischen Kräfte berücksichtigt werden müssen, welche die Ionen aufeinander ausüben. In der zitierten Arbeit habe ich die potentielle Energie einer Lösung berechnet, welche insgesamt N Moleküle enthält (n im ccm), von denen jedes dissoziiert ist in

$$\nu_1, \nu_2, \ldots \nu_i, \ldots \nu_s$$

Ionen mit den Ladungen

$$z_1\varepsilon,\ z_2\varepsilon,\ \ldots\ z_i\varepsilon,\ \ldots\ z_s\varepsilon.$$

Sie ergab sich zu

$$U_e = Nu_e = -\frac{N\varepsilon^2}{2D}\sum_{i=1}^{i=s} \nu_i z_i^2 \frac{\varkappa}{1+\varkappa a_i}. \qquad (6)$$

In dieser Formel bedeutet D die Dielektrizitätskonstante des Lösungsmittels, $\varkappa$ ist eine Größe von der Dimension einer reziproken Länge, gegeben durch die Formel

$$\varkappa^2 = \frac{4\pi n\varepsilon^2}{DkT}\sum_{i=1}^{i=s} \nu_i z_i^2, \qquad (6')$$

und a_i ist eine Länge, welche die „Durchmesser" der Ionen messen soll.

Jetzt existiert in der semipermeablen Wand außer der Kraft

$$\mathfrak{K} = -\operatorname{grad} u,$$

welche die Semipermeabilität[1]) der Wand mißt, noch eine Kraft $\mathfrak{K}'$, welche die Ionen nach Stellen mit größerer Konzentration zu treiben strebt, gemäß dem Ausdruck für die potentielle Energie u_e. An Stelle von (3) muß also jetzt gelten

$$kT \operatorname{grad} f_i - f_i(\mathfrak{K}_i + \mathfrak{K}_i') = 0, \qquad (7)$$

wo f_i die Anzahl der Ionen der Sorte i im Kubikzentimeter an irgendeinem Punkte ist. Setzen wir

$$f_i = \nu_i f, \quad \sum_{i=1}^{i=s} \nu_i = \nu,$$

und summieren wir (7) über i von 1 bis s, so erhalten wir

$$\nu kT \operatorname{grad} f - \nu f\mathfrak{K} - \sum_{i=1}^{i=s} f_i \mathfrak{K}_i' = 0. \qquad (7')$$

Aus dem Ausdruck (6) kann man die innere Kraft ableiten, welche auf die Volumeneinheit ausgeübt wird und durch den letzten Term in (7') ausgedrückt ist. Ersetzt man in (6') f durch u, so ergibt sich nach (6) die pro Molekül berechnete Energie u_e als Funktion dieser variablen Konzentration f und damit implizite als Funktion von x. Die Arbeit δA, welche man leisten muß, um N Moleküle von der Stelle x an die Stelle $x + dx$ zu bringen, wird dann

$$\delta A = N\frac{du_e}{dx}dx.$$

Daraus schließt man, daß in der Richtung von x

$$\sum_{i=1}^{i=s} f_i \mathfrak{K}_i' = -f\frac{du_e}{dx}. \qquad (8)$$

Die Gleichung (7') kann dann auf die Form gebracht werden

$$\nu kT\frac{df}{dx} + \nu f\frac{du}{dx} + f\frac{du_e}{dx} = 0. \qquad (9)$$

Um den hydrostatischen Druck zu berechnen, muß man die Gleichung für das hydrostatische Gleichgewicht hinzunehmen

$$\frac{dp}{dx} + \nu f\frac{du}{dx} = 0, \qquad (10)$$

in welche lediglich die äußere Kraft $\nu f\frac{du}{dx}$ eingeht.

Aus (9) und (10) schließt man zunächst

$$\frac{dp}{dx} = \nu kT\frac{df}{dx} + f\frac{du_e}{dx}. \qquad (11)$$

Setzen wir nun

$$\Phi(f) = \int_0^f f\,du_e = \int_0^f f\frac{du_e}{df}df, \qquad (12)$$

dann findet man durch Integration von (11)

$$p = \nu kTf + \Phi(f) + \text{const}, \qquad (13)$$

d. h. der osmotische Druck in der Lösung hat den Wert

$$P = \nu nkT + \Phi(n). \qquad (14)$$

Infolge der zwischen den Ionen wirksamen elektrostatischen Kräfte ist in der klassischen Formel für den osmotischen Druck ein additives Glied hinzugekommen, welches von der Konzentration abhängt. Dieses Glied kann explizit nach den Gleichungen (12), (6) und (6') berechnet werden. Es ergibt sich

$$\Phi(n) = -\frac{n\varepsilon^2\varkappa}{6D}\sum_{i=1}^{i=s} \nu_i z_i^2 \sigma_i(x_i), \qquad (15)$$

wenn man setzt

$$x_i = \varkappa a_i \qquad (15')$$

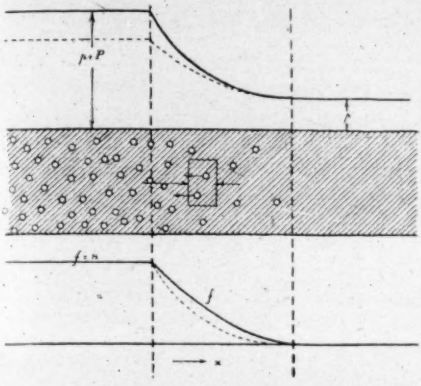
und

$$\sigma_i = \frac{3}{x_i^3}\left[(1+x_i) - 2\ln(1+x_i) - \frac{1}{1+x_i}\right]. \qquad (15'')$$

Dieses Resultat ist in vollkommener Übereinstimmung mit dem von mir früher auf thermodynamischem Wege für die Gefrierpunktserniedrigung abgeleiteten; es drückt aus, daß die Abweichungen von den klassischen Gesetzen der Größe $\varkappa$, d. h. der zweiten Wurzel aus der Konzentration proportional sein müssen, wenigstens wenn diese klein genug ist. Für die Diskussion im einzelnen kann ich auf die zitierte Arbeit verweisen.

Die nebenstehende Figur soll qualitativ veranschaulichen, in welcher Weise der osmotische Druck durch die zwischen den Ionen eines

1) Wir nehmen für alle Ionen dieselbe Funktion u an. Im allgemeinen hätte man verschiedene Funktionen u_i für die verschiedenen Ionen anzunehmen. Es würden sich dann Potentialdifferenzen zwischen der Lösung und dem reinen Lösungsmittel ergeben.



Elektrolyten wirkenden anziehenden Kräfte vermindert wird. Die ausgezogene Kurve im untern Teile der Figur gibt die Konzentration in der Wand an, die obere Kurve den entsprechenden hydrostatischen Druck, beides für den Fall, daß keine anziehenden Kräfte wirksam sind. Wenn jedoch die Kräfte merkliche Werte haben, wird sich eine geringere Konzentration einstellen, etwa wie sie durch die punktierte Kurve im untern Teil der Figur dargestellt wird. Die Kraft, welche die Wand auf ein Volumenelement der Flüssigkeit ausübt, wird geringer sein, und der osmotische Druck kann nicht mehr denselben Wert erreichen wie im ersten Fall. Die punktierte Kurve im obern Teil der Figur stellt dann den hydrostatischen Druck in jedem Punkte dar, die Differenz der Grenzwerte dieses Druckes rechts und links von der Wand ist der osmotische Druck P.

3. Anstatt die auf die Ionen ausgeübte Kraft mit Hilfe des Ausdruckes (6) für die potentielle Energie zu berechnen, kann man vielleicht befriedigender die elektrische Kraft direkt bestimmen, die auf ein Ion in einer Ionenlösung mit räumlich veränderlicher Konzentration wirkt. Um die Rechnung zu vereinfachen, wollen wir annehmen, das gelöste Salz sei ein binärer Elektrolyt vom Typus KCl. Legen wir den Anfangspunkt der x-Achse in irgendeinen Punkt im Innern der Wand, so wird in der Umgebung dieses Punktes, wenn das thermische Gleichgewicht erreicht ist,

$$f + f'x \qquad \left(f' = \frac{df}{dx}\right)$$

die Anzahl der KCl-Moleküle in der Volumeneinheit als Funktion von x_1 (dem Taylorschen Satze gemäß) angeben. Um jedes Ion werden dann im Mittel mehr Ionen entgegengesetzten Zeichens als gleichen Zeichens vorhanden sein. Die gleiche auf dem Maxwell-Boltzmannschen Prinzip und der Poissonschen Gleichung für das elektrische Potential ψ fußende Überlegung wie in der zitierten Arbeit liefert uns die Differentialgleichung

$$\Delta\psi = \varkappa^2\left(1 + x\frac{f'}{f}\right)\psi \qquad (16)$$

mit

$$\varkappa^2 = \frac{8\pi f\varepsilon^2}{DkT}. \qquad (16')$$

Diese Differentialgleichung ist nun zur Berechnung des elektrischen Potentials in der Umgebung eines Ions zu benutzen. Nehmen wir ein K-Ion mit der Ladung $+\varepsilon$ und sei r der Abstand von diesem Ion; wäre $f' = 0$, d. h. würde die Konzentration nicht mit dem Orte varieren, so hätte man

$$\psi = \frac{\varepsilon}{D}\frac{e^{-\varkappa r}}{r}, \qquad (17)$$

wenigstens, sofern man von den endlichen Abmessungen der Ionen absehen kann. Um besser das Prinzipielle der Überlegung hervortreten zu lassen, will ich annehmen, daß dies zulässig sei; das Endresultat ist dann nur für geringe Konzentrationen zutreffend. In zweiter Annäherung kann man den Wert (17) für ψ in den Ausdruck $\varkappa^2 x\frac{f'}{f}\psi$ einsetzen, das Potential muß dann eine Lösung der Gleichung

$$\Delta\psi - \varkappa^2\psi = \varkappa^2\frac{f'}{f}\frac{\varepsilon}{D}\frac{x}{r}e^{-\varkappa r} \qquad (18)$$

sein. Man findet

$$\psi = \frac{\varepsilon}{D}\frac{e^{-\varkappa r}}{r} - \frac{\varepsilon\varkappa}{4D}\frac{f'}{f}xe^{-\varkappa r}. \qquad (19)$$

Die Unsymmetrie der Ionenatmosphäre um ein K-Ion ruft also an der Stelle $x = 0$, wo sich das Ion befindet, eine elektrische Kraft

$$X = \frac{\varepsilon\varkappa}{4D}\frac{f'}{f} \qquad (20)$$

hervor, welche in Richtung zunehmender Konzentration wirkt. Die gesamte innere Kraft auf ein Volumenelement, das f K-Ionen und f Cl-Ionen enthält, ist nach (20) also

$$\frac{\varepsilon^2\varkappa}{2D}f' = \frac{\varepsilon\varkappa^2}{2D}\frac{df}{dx} = \frac{\varepsilon^2}{D}f\frac{d\varkappa}{dx}. \qquad (21)$$

Andrerseits ergibt in dem betrachteten Grenzfall ($\varkappa a = 0$) die Gleichung (6) für u_ε den Wert

$$u_\varepsilon = -\frac{\varepsilon^2}{D}\varkappa;$$

berechnet man mit Hilfe der Gleichung (8) die gesamte innere Kraft, so ergibt sich

$$\sum_{i=1}^{i=t} f_i K_i = f \frac{d}{dx}\left(\frac{\varepsilon^2 x}{D}\right), \qquad (22)$$

in Übereinstimmung mit (21).

(Eingegangen 10. Juli 1923.)

Untersuchungen über die Zeitgesetze der unelastischen Deformation bei Zink und Flußeisen.

(Auszug aus der Göttinger Dissertation.)

Von Otto Brezina.

Die vorliegende im Institut f. angew. Mechanik d. Univ. Göttingen ausgeführte Arbeit knüpft an zwei frühere Arbeiten desselben Instituts von S. Berliner[1]) und H. Cassebaum[2]) an. Berliner hatte das Verhalten des Gußeisens bei langsamen Belastungswechseln studiert und dabei Gesetze entdeckt, die er in Anlehnung an ähnliche von E. Madelung näher untersuchte elektromagnetische Erscheinungen elastische Hysteresis nannte. Seine Hysteresisgesetze sind etwa die folgenden:

1. Die Spannungs-Dehnungskurven für Belastung und Entlastung sind verschieden.
2. Jede spätere Belastungs- oder Enlastungskurve läuft durch den vorletzten Umkehrpunkt.
3. Jede spätere Schleife liegt in der vorhergehenden und die Schleifen werden nach innen zu steiler. Geht man aus dem Spiralenmittelpunkt belastend oder entlastend heraus, so liegen alle vorhergehenden Umkehrpunkte auf der Durchschreitungskurve.
4. Die jungfräuliche Kurve ist von der Art der Durchschreitungskurven.

Während Berliner im wesentlichen die Hysteresiserscheinungen untersucht hatte, untersucht Cassebaum hauptsächlich die zeitlichen Wirkungen am Flußeisen. Wurde dieses Material über die Fließgrenze belastet und dann die Last konstant gehalten, so wuchs die Dehnung durch längere Zeit proportional mit Logarithmus der Zeit an.

Später traten Abweichungen von diesem Gesetz auf und das Fließen kam mit der Zeit ganz zum Stillstand. Außerdem stellte Cassebaum Versuche an, bei denen die Last nicht konstant gehalten wurde, sondern in gewisser Weise sank. Verband man in einem Diagramm, das einen solchen treppenförmigen Fließweg darstellte, die Punkte gleicher Fließgeschwindigkeit miteinander, so ergab sich für die beiden Versuchstypen je eine Schar paralleler Kurven. Das Gesetz, nach dem die Kurven dieser beiden Scharen angeordnet waren, war das, daß die Fließgeschwindigkeit in geometrischer Reihe wuchs, wenn die Spannungen in arithmetischer Reihe zunahmen. Eine weitere Beobachtung von Cassebaum war die folgende. Beanspruchte man einen Stab über die Fließgrenze hinaus, und ließ ihm dann eine Ruhepause, so lag die Fließgrenze bei erneuter Beanspruchung höher, es trat also Verfestigung mit der Zeit nach einer plastischen Formänderung ein. Diese Verfestigung wurde durch erneute plastische Formänderung wieder rückgängig gemacht, es verblieb nur diejenige, die ohne Ruhepause schon vorhanden gewesen wäre.

Die Ergebnisse, die durch diese beiden Arbeiten gezeitigt worden waren, ließen es wünschenswert erscheinen, ein Material zu untersuchen, das von dem der vorerwähnten Untersuchungen möglichst verschieden war. Als solches bot sich das Zink dar. Ziel der vorliegenden Arbeit soll es sein, die zeitlichen Gesetze der unelastischen Deformation für dieses Material möglichst aufzudecken, und zwar einerseits durch Experimente, anderseits sollte eine Formeldarstellung ausgearbeitet werden, die es gestattete, das Material durch einige wenige Konstante zu charakterisieren und eine Vorschrift anzugeben, die es ermöglichte, Vorgänge, die sich experimentell nicht verfolgen lassen (Schmieden, Pressen usw.) extrapolatorisch zu berechnen. Ich möchte gleich vorwegnehmen, daß dieses letztere Ziel vorläufig noch nicht erreicht wurde, was bei den großen Schwierigkeiten auch nicht verwunderlich ist.

Die Versuchseinrichtung war im wesentlichen dieselbe, die Cassebaum benutzt hatte. Es wurde eine Zweitonnen Zerreißmaschine von Amsler-Laffon in Schaffhausen verwendet, die die Zugkraft durch eine starke Schraubenspindel erzeugt und die Last durch ein Pendelgewicht anzeigt, was eine kontinuierliche Lastablesung gestattet. Ihren Antrieb erhielt die Maschine von einem kleinen Elektromotor, der, anders als bei Cassebaum, so geschaltet war, daß man die Drehzahl regulieren konnte. Außerdem konnte das Übersetzungsverhältnis zwischen Motorwelle und Triebwelle der Maschine verändert werden, so daß die Maschinengeschwindigkeit in weiten Grenzen geändert werden konnte. Die Lastablesung und

1) S. Berliner, Über das Verhalten von Gußeisen bei langsamen Belastungswechseln. Ann. d. Phys. **20**, 527. 1906.

2) H. Cassebaum, Über das Verhalten von weichem Flußstahl jenseits der Proportionalitätsgrenze.

die Dehnungsmessung geschah in derselben Weise wie bei Cassebaum. Alle Instrumente waren so montiert, daß sie von einem Platze aus bedient werden konnten. Die Versuche wurden an Zinkstäben aus Walzzink durchgeführt, die innerhalb der Meßlänge auf 11,4 mm Durchmesser abgedreht waren. Anhangsweise wurden auch noch einige der Cassebaumschen Flußeisenstäbe untersucht.

II. Experimentelle Ergebnisse.

Bevor ich über die experimentellen Ergebnisse meiner Untersuchungen berichte, möchte ich auf die von Prandtl[1]) entworfene Theorie der Hysteresis und der zeitlichen Wirkungen hinweisen, die diese Vorgänge vom molekulartheoretischen Standpunkt zu erklären sucht, und auf die ich mich im Folgenden des öftern zu beziehen haben werde. Es würde zu weit führen, hier näher darauf einzugehen.

Um zu sehen, wie sich das Zink bei Versuchen, wie sie Berliner angestellt hatte, verhalten würde, wurden Hysteresisspiralen mit verschiedener Belastungsgeschwindigkeit aufgenommen. Es ergab sich, daß die Berlinerschen Gesetze durchwegs nicht gelten; vielmehr laufen die einzelnen Zyklen immer mehr nach außen und überschneiden sich vielfach; so daß man irgendwelche einfache Gesetze gar nicht erkennen kann. Mit zunehmender Geschwindigkeit der Belastungsänderung näherten sich meine Kurven allerdings dem Berlinerschen Typ, bei den Geschwindigkeiten, die mir zur Verfügung standen — 20 kg 100 sec, — erreichten sie ihn aber auch nicht annähernd. Damit stehen die Beobachtungen im Einklang, die an Hysteresisschleifen gleicher Höhe mit vorbelasteten Stäben durchgeführt wurden. Hierbei werden die Verhältnisse wesentlich übersichtlicher. Die Schleifen überschneiden sich auch gegenseitig, jede weitere ist um das gleiche Stück parallel der Dehnungsachse verschoben (s. Fig. 1), so daß es aussieht, als könnte man — innerhalb gewisser Grenzen — mit einer vorgegebenen Last beliebig große Deformationen des Stabes erreichen, d. h. ihn zerreißen, ein Verhalten, das dem sehr zäher Flüssigkeiten ähnlich ist (Teer, Asphalt).

Außerdem wurden Versuche angestellt, wie sie Cassebaum auch ausgeführt hatte, und zwar sowohl mit konstanter als mit sinkender Last. Die Fließgeschwindigkeit wurde aus den in kleinen Intervallen vorgenommenen Ablesungen der Dehnung berechnet. Es ergaben auch hier wieder die Kurven gleicher Fließgeschwindigkeit

Diagramm 1.

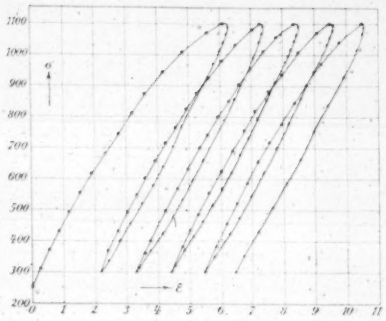


Fig. 1.

in einem σ, ε-Koordinatensystem[1]) zwei verschiedene Kurvenscharen für die beiden Versuchstypen. Das Aussehen der beiden Scharen war ungefähr das folgende. Sie beginnen ziemlich steil bei kleinen Spannungen, biegen dann um und werden bei großen Spannungen ziemlich flach. Gegen zunehmendes ε divergieren sie. Man sieht, daß die Kurven durchaus anderes Verhalten zeigen, als die entsprechenden für Eisen. Auch das Gesetz, daß die Abstände der Kurven, deren Fließgeschwindigkeiten eine geometrische Reihe bilden, konstant sind, trifft nicht zu, die Abstände werden zunächst mit abnehmender Fließgeschwindigkeit deutlich größer. Aus einem Versuch mit sinkender Last, der 96 Stunden dauerte, läßt sich aber extrapolatorisch schließen, daß die Abstände schließlich doch konstant werden. Nach 96 Stunden, wo die Last von 800 bis 390 kg/cm² gesunken war (vgl. Tab. I), war noch deutliches Fließen festzustellen. Die Verfestigung des Materials durch Beanspruchung ist deutlich vorhanden. Eine Verfestigung mit der Zeit findet nicht statt, vielmehr entfestigt sich der Stab durch Ruhepausen.

Nebenbei sei noch bemerkt, daß sich sowohl bei den Versuchen mit konstanter als bei denen mit sinkender Last, ε als Funktion der Zeit t für den Beginn der Dehnung sich mit guter Näherung durch folgende beide Interpolationsformeln darstellen läßt:

1. konstante Last $\varepsilon = t^{1/2}$
2. sinkende Last $\varepsilon = t^{1/3}$

Eine Abhängigkeit der Gestalt der Kurven gleicher Fließgeschwindigkeit von der Belastungs-

[1]) Enzykl. d. math. Wissensch., Bd. IV, S. 31; v. Kármán, Die physikalischen Grundlagen der Festigkeitslehre.

[1]) σ = Spannung in kg/cm²,
ε = Dehnung/ursprüngliche Länge = $\frac{\Delta l}{l}$.

Tabelle I.

Temp.	t_{min}.	σ [1]	ε [2]
18,6°		100	2428
		200	2542
		300	2680
		400	2856
		500	3040
		600	3260
		700	3520
	0	800	3860
	1/4	786	3908
	1/2	782	3931
	1	776	3969
	1 1/2	770	3999
	2	766	4020
	2 1/2	763	4040
	3	760	4059
	4	756	4092
	5	751	4118
	6	747	4141
	7	744	4162
	8	741	4181
	9	738	4198
	12	732	4245
	15	727	4284
	18	722	4320
	21	718	4353
	24	715	4381
	27	712	4407
18,7°	30	708	4430
	39	701	4494
	48	694	4551
	57	687	4599
	69	679	4558
	90	668	4752
18,6°	1h51	658	4830
18,3°	2h36	643	4963
18,3°	3h42	627	5112
19,5°	5h46	603	5322
20,0°	9h22	579	5530
19,2°	23h53	511	6180
19,3°	25h53	504	6250
19,0°	27h43	498	6302
20,8°	30h43	489	6370
Skala verstellt			5560
21,1°	33h3	481	5018
20,7°	48h	451	5034
21,2°	52h20	443	6005
21,1°	56h40	436	6075
21,0°	71h15	418	6247
21,3°	76h	412	6329
22,1°	81h50	404	6301
21,7°	95h	390	6531

geschwindigkeit, d. h. der Geschwindigkeit, mit der zwischen den einzelnen Stufen konstante oder sinkende Last belastet wurde, ist nicht vorhanden. Um eine Vorstellung der Größe der beobachteten Dehnungsgeschwindigkeiten zu ermöglichen, sind in beigegebener Tabelle die Dehnungsgeschwindigkeiten, nachdem die Last 45 Minuten konstant gehalten worden war, angegeben. Die Zahlen rühren von verschiedenen Stäben her und man sieht, daß man aus der Kombination von Versuchen an verschiedenen Stäben nur sehr roh vergleichbare Resultate erhält.

1) $\sigma = \frac{kg}{cm^2}$.

2) $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \cdot 10^6$.

Tabelle II.

σ kg/cm²	$\frac{d\varepsilon'}{dt_{min}} \cdot 10^3$
600 (581)	3,3 (2,1)
670	3,0
740	3,7, 4,0
810	5,7
880	8,4, 9,8
950	16,4
1020	24,8, 31,3, 34,5
1090	41,0
1160	75

ε' ist $\frac{\Delta l}{l}$, wo l die Länge des Stabes bedeutet. Um sich ein Urteil über die Genauigkeit solcher Messungen zu bilden, muß man außer der Ungenauigkeit der Meßvorrichtung, die bei der Messung von so großen Dehnungen, wie sie gemessen wurden — mit einer Spiegeleinstellung etwa 1/2 mm Verlängerung — unvermeidlich ist, berücksichtigen, daß der Stab auch außerhalb der Meßlänge in unkontrollierbarer Weise fließt, was natürlich auf das Fließen innerhalb der Meßlänge zurückwirkt. Es ist übrigens auch unter der in der Tabelle als niederste angegebenen Spannung schon deutlich Fließen zu beobachten. Bei Versuchen mit konstanter Last scheint die Fließgeschwindigkeit mit der Zeit ziemlich konstant zu werden.

Macht man einen Versuch in der Art, daß man von größeren zu kleineren Spannungen übergeht und dann σ konstant $= \sigma_1$ hält, so beobachtet man je nach dem Verhältnis von σ_0 und σ_1 und der Schnelligkeit der Entlastung verschiedenes. Entweder die Dehnung wächst zuerst langsam, dann schneller und erst später wieder langsamer oder die Dehnung nimmt sogar zunächst noch weiter ab und wächst dann wieder oder endlich, wenn σ_1 sehr tief unter σ_0 liegt, geht die Dehnung dauernd weiter zurück, bis die Bewegung überhaupt merklich zum Stillstand kommt.

Außer den beiden geschilderten Versuchstypen bot die Aufnahme von einfachen Spannungs-Dehnungsdiagrammen mit verschiedener Belastungsgeschwindigkeit Interesse, um so mehr, als gerade solche Versuche am leichtesten der später zu besprechenden Theorie zugänglich sind. Diese Spannungs-Dehnungsdiagramme zeigen den Einfluß der Belastungsgeschwindigkeit natürlich sehr stark. Fig. 1 zeigt drei solcher Diagramme, die mit Belastungsgeschwindigkeiten, die sich wie 1 : 5 : 25 : 40 verhalten, aufgenommen sind. Bei den beiden niederen Geschwindig-

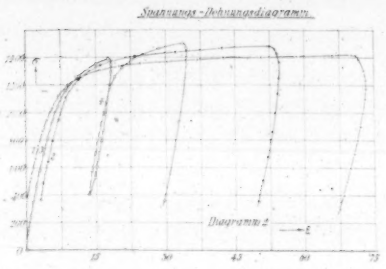


Fig. 2.

keiten ist die Asymptote, der sich die Kurven bei weiterer Dehnung nähern, nicht sehr weit. Die Dehnungsgeschwindigkeit ist bereits angenähert konstant. Wie man sieht, erfolgt der Übergang von der Belastungs- zur Entlastungskurve längs einer stetigen Kurve, indem die Dehnung zunächst trotz des Sinkens der Last weiter wächst. Die Tangente an die Kurve abnehmender Dehnung ist nach Überwindung des Übergangsstadiums ungefähr parallel der Tangente an die Belastungskurve im Anfang der Deformation. Später verläuft sie flacher. Während dieser Teil der Spannungs-Dehnungsdiagramme keine große Abhängigkeit von der Maschinengeschwindigkeit zeigt, ist gerade der Übergang der Belastungs- in die Entlastungskurve hierfür in hohem Maße charakteristisch.

Der ganze hier beschriebene Erscheinungskomplex läßt Zug für Zug eine Erklärung durch die Prandtlsche Theorie zu, wenn man über die bei dieser Theorie gebrauchten Materialkonstanten geeignete Annahmen trifft. Es ist eben der Vorteil dieser Theorie, daß das Verhalten auch ganz verschiedener Materialien in ihren Rahmen paßt.

Bei allen Versuchen, besonders aber bei denen mit konstanter und mit sinkender Last spielt die Temperatur eine große Rolle. Temperaturänderungen von 15° erhöhten die Fließgeschwindigkeit um etwa 50 und mehr Prozent. Dieser große Temperatureinfluß wird erklärlich, wenn man bemerkt, daß der Schmelzpunkt von Zink ziemlich tief liegt. P. Ludwig hat, um Metalle mit verschiedenen Schmelzpunkten vergleichen zu können, den Quotienten $\frac{\text{Versuchstemperatur}}{\text{Schmelztemperatur}}$ mit dem Namen homologe Temperatur eingeführt und nimmt an, daß Zustände mit gleichen homologen Temperaturen vergleichbar seien. Nach dieser Annahme entspräche Zink bei Zimmertemperatur etwa Eisen bei Rotglut (670° C). Da das Verhalten von Zink darauf hindeutet, daß wir es bei Zimmertemperatur als sehr zähe Flüssigkeit zu betrachten haben, andererseits der große Einfluß von Temperaturänderungen auf die Zähigkeitseigenschaften von Flüssigkeiten bekannt ist, kann das Verhalten des Zinks durchaus nicht außergewöhnlich scheinen. Auch die Prandtlsche Theorie läßt dies alles als durchaus möglich erscheinen. Die Gegenprobe, ob Zink bei sehr tiefen Temperaturen sich den Festigkeitseigenschaften des Eisens nähert, steht allerdings aus. Der große Einfluß der Temperatur machte es notwendig, da sich die Temperatur nicht konstant halten ließ, immer auf eine Temperatur zu reduzieren.

III. Versuch einer formelmäßigen Darstellung.

Um zu einer formelmäßigen Darstellung zu gelangen, stellen wir folgende Überlegung an, wir setzen:

$$\varepsilon = \varphi(\sigma) + \varepsilon', \tag{1}$$

wo $\varphi(\sigma)$ der umkehrbare elastische Anteil ist, der gewöhnlich $= \frac{\sigma}{E}$ (E = Elastizitätsmodul) gesetzt wird, während ε' nicht umkehrbar sein soll und von der Zeit abhängt. Wenn wir, was beim Flußeisen Cassebaums zutrifft, annehmen, das Wachsen von σ in arithmetischer Reihe sei mit dem Wachsen von $\frac{d\varepsilon'}{dt}$ in geometrischer Reihe verknüpft und die Kurven gleicher Fließgeschwindigkeit seien Gerade, so kann man setzen

$$\frac{d\varepsilon'}{dt} = a e^{\beta\sigma - \varkappa\varepsilon}, \tag{2}$$

wo $\frac{\varkappa}{\beta}$ der Richtungskoeffizient der Geraden gleicher Fließgeschwindigkeit ist. Außerdem ist σ mit ε noch durch die Konstruktion der Maschine verknüpft, indem einem Zunehmen der Dehnung bei stillstehender Maschine ein angenähert proportionales Sinken der Last entspricht. Es ist also

$$\sigma + k\varepsilon = f(t), \tag{3}$$

wo $f(t)$ von dem Antriebe der Maschine bei bewegter Maschine abhängt, also insbesondere ct gesetzt werden kann, wenn die Antriebsgeschwindigkeit konstant ist. Die Integration der Differentialgleichung für den Fall $f(t) = ct$ habe ich in meiner Dissertation durchgerechnet, da aber der Ansatz für Zink nicht haltbar ist, sehe ich hier von der Wiedergabe der Rechnung ab.

Um den Ansatz für Zink brauchbar zu machen, erweitern wir ihn folgendermaßen. Diese Überlegungen schließen sich eng an einen bisher unveröffentlichten, aber im Wintersemester 1921/22 vorgetragenen Teil der

Prandtlschen Theorie der zeitlichen Nachwirkung an. Bei der Formänderung soll eine Anzahl Teilchen aus den gewöhnlichen Gleichgewichtslagen in solche anderer Art übergeführt werden, in denen sie größeren Widerstand aufnehmen können. z sei die Anzahl der Teilchen in dieser „zweiten Phase". Die Änderungsgeschwindigkeit dieses Parameters wird nun jedenfalls abhängen von der Deformationsgeschwindigkeit und von der Zahl der Teilchen, die noch nicht übergegangen sind. Schließlich werden aber auch durch Wärmebewegung Teilchen aus der zweiten Gleichgewichtslage in gewöhnliche zurückspringen. Diese Wirkung tritt als Entfestigung durch Ruhepausen beim Zink deutlich in Erscheinung. Die übergegangenen Teilchen bewirken die „Verfestigung". Wir können diese Überlegungen am einfachsten durch folgende beiden Formeln zur Darstellung bringen

$$\frac{d\varepsilon'}{dt} = a e^{\beta\sigma} \dot{-} \nu z, \tag{2a}$$

$$\frac{dz}{dt} = \lambda (1 - z) \frac{d\varepsilon'}{dt} - \mu z. \tag{4}$$

Wie früher kommt zu diesen beiden Gleichungen noch hinzu die Maschinengleichung

$$\sigma + k\varepsilon = f(t)$$

oder mit

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \varepsilon' : v\left(1 + \frac{k}{E}\right) + kr = f(t). \tag{3a}$$

Eine Lösung der angeschriebenen Differentialgleichungen in geschlossener Form gibt es nicht und eine graphische oder numerische Lösung ist erst möglich, wenn vorher die Zahlenwerte der Konstanten bekannt sind. Wir wollen daher zunächst versuchen, diese zu bestimmen. Ein Weg dazu ist der folgende. Für große σ und große $\frac{d\varepsilon'}{dt'}$, also rasche Formänderungen, wird man das Erholungsglied $-\mu z$ für kurze Zeiten vernachlässigen dürfen. Wenn wir außerdem solche Fälle des Spannungs-Dehnungsdiagramms betrachten wollen, für die $\frac{d\varepsilon'}{dt} = \text{const} = c$ ist, so vereinfacht sich (2) zu

$$\frac{dz}{dt} = \lambda (1 - z) c, \tag{4a}$$

integriert gibt dies:

$$z = 1 - e^{-\lambda c t} + z_0.$$

Wir nehmen nun an, für $t = 0$ sei $z = 0$, d. h. $z_0 = 0$. Auf die Bedeutung dieser Annahme kommen wir noch zurück. Hieraus läßt sich zunächst, wenn man Versuche für zwei verschiedene Werte von c hat, β direkt bestimmen. Beobachtet man nämlich die Spannungserhöhung, die einer Erhöhung von c entspricht, so hat man:

$$\lg c_1 = \lg a + \beta\sigma_1 - \nu (1 - e^{-\lambda c_1 t_1}),$$
$$\lg c_2 = \lg a + \beta\sigma_2 - \nu (1 - e^{-\lambda c_2 t_2}),$$

dies gibt für $c_1 t_1 = c_2 t_2$, d. h. gleiche ε'

$$\lg \frac{c_1}{c_2} = \beta (\sigma_1 - \sigma_2).$$

Die drei andern Konstanten erhält man, wenn man für eine Kurve konstanter Geschwindigkeit zwei auseinander liegende Wertepaare von $\varepsilon' = ct$ und σ bestimmt und für jedes Paar

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} \sim \frac{d\sigma}{d\varepsilon'}$$

bestimmt. Die soeben erwähnte Vernachlässigung ist erlaubt, wenn $\frac{d\varepsilon'}{dt}$ groß gegen $\frac{1}{E}\frac{d\varepsilon}{dt}$ ist, bei genügender Überschreitung der Fließgrenze ist das immer der Fall. Man erhält aus

$$\lg c = \lg a + \beta\sigma + \nu (1 - e^{-\lambda t}),$$
$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \frac{\nu\lambda}{\beta} e^{-\lambda t}.$$

Das erste Wertepaar habe ein mittleres ε_1 und liefere ein $\frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon}_1$, das zweite ε_2 und $\frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon}_2$, dann gibt Division und Logarithmieren

$$\lambda = \frac{\ln \left(\frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon}\right)_1 : \left(\frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon}\right)_2}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}.$$

Hat man λ, so kann man leicht die übrigen Konstanten bestimmen und die Gleichungen nach einem Näherungsverfahren integrieren. Fig. 3 u. 4

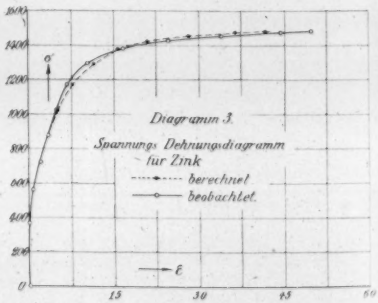


Fig. 3.

zeigen zwei Spannungs-Dehnungsdiagramme für Zink und Flußeisen, die nach dieser Methode gerechnet wurden. Während bei dem Versuch mit Flußeisen die Übereinstimmung eine recht befriedigende ist, stimmt das Zinkdiagramm

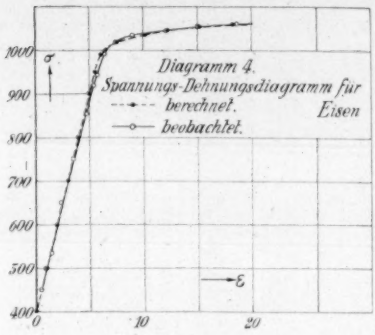


Fig. 4.

gegen große ε zu nicht mehr gut. Dies ist wohl auf die Vernachlässigung des Gliedes $-\mu z$ in Gl. 2 und auf die Annahme $z = 0$ für $t = 0$ zurückzuführen. Daß die Vernachlässigung des μ-Gliedes jedenfalls in dem Sinn wirkt, in dem die berechnete von der beobachteten Kurve abweicht, ist leicht zu zeigen. Vernachlässigung von μ bedeutet eine Vergrößerung von $\frac{dz}{dt}$, d. h.

$$\frac{d\varepsilon'}{dt} = a e^{\beta\sigma - \nu z}$$

nimmt mit wachsendem σ langsamer zu, als wenn $\frac{dz}{dt}$ in seiner wahren Größe eingesetzt würde. Das heißt, das berechnete ε' muß hinter dem beobachteten zurückbleiben, was man auch tatsächlich beobachtet. Daß auch die Annahme $z = 0$ für $t = 0$ in diesem Sinne wirkt, soll gleich gezeigt werden. Die Konstanten ergaben sich beim Eisen zu

$$\nu = 17\ [0],$$
$$\lambda = 1250\ [0],$$
$$\beta = 0{,}068 \left[\frac{\text{cm}^2}{\text{kg}}\right],$$
$$a = e^{-50}\ [\text{sec}^{-1}].$$

β wurde auch aus Versuchen von Cassebaum zu dem oben angegebenen Wert gefunden. Für Zink ergab sich

$$\nu = 2{,}5\ [0],$$
$$\lambda = 200\ [0],$$
$$\beta = 0{,}012 \left[\frac{\text{cm}^2}{\text{kg}}\right],$$
$$a = e^{-18}\ [\text{sec}^{-1}].$$

Die Annahme $z = 0$ für $t = 0$ ist nur dann ohne weiteres zulässig, wenn der Stab noch nicht belastet war oder wenigstens eine längere Ruhepause hinter sich hat. Da aber nur fünf Zinkstäbe zur Verfügung standen und der Vergleich der Theorie mit der Erfahrung erst erfolgte, als die experimentellen Untersuchungen abgeschlossen waren, lagen keine völlig geeigneten Versuche vor. Da die Apparatur, an der ich meine Untersuchungen durchgeführt hatte, abgebaut werden mußte und die Zerreißmaschine für andere Zwecke gebraucht wurde, konnten auch nachträglich keine derartigen Versuche angestellt werden. Der Versuch, die Anfangswerte von z durch Kombination verschiedener Versuchsreihen zu erhalten, war aussichtslos, da man auf diese Weise nur zu ganz rohen Schätzungen kommen kann und gerade der Anfangswert von z ziemlich genau bestimmt werden mußte, wenn man eine wesentliche Verbesserung erreichen will. Daß die Annahme $z = 0$ jedenfalls in demselben Sinn wirkt, wie die Vernachlässigung von $-\mu z$, sieht man sofort ein, wenn man bedenkt, daß

$$\frac{dz}{dt} = \lambda (1 - z) \frac{d\varepsilon'}{dt} - \mu z$$

jedenfalls durch die Vernachlässigung vergrößert wird. D. h. aber, $\frac{d^2\varepsilon'}{dt^2}$ wird verkleinert in Übereinstimmung mit dem früheren.

Bevor ich noch eine Bestimmung von ν und eine Schätzung von μ angebe, möchte ich noch einiges Qualitative zu den Formeln bemerken. Bei den Versuchen mit konstanter Last werden die Abstände einer geometrischen Reihe von Fließgeschwindigkeiten entgegen dem Verhalten des Flußeißens bei Zink mit der Zeit größer und die Fließgeschwindigkeiten nähern sich asymptotisch einem konstanten Wert. Dies geht in der Tat ohne weiteres aus den Formeln hervor. Zu beweisen ist, daß $\ln \frac{d\varepsilon'}{dt}$ keine lineare Funktion der Zeit ist, sondern schwächer abnimmt. Nun war nach Gl. (2a) für $-\sigma = \text{konst} = \sigma_0$

$$\frac{d\varepsilon'}{dt} = a e^{\beta\sigma_0 - \nu z};$$

schreiben wir zur Abkürzung $a e^{\beta\sigma_0} = a_1$ so haben wir:

$$\ln \frac{d\varepsilon'}{dt} = a_1 - \nu z, \qquad (1)$$

$$\frac{dz}{dt} = \lambda (1 - z) e^{a_1 - \nu z} - \mu z. \qquad (2)$$

Wenn $\ln \frac{d\varepsilon'}{dt}$ als Funktion von t durch eine Kurve dargestellt werden soll, die mit der Zeit immer flacher wird, so muß $\frac{d^2 z}{dt^2} < 0$ sein, wenn, wie es hier der Fall ist, $\frac{dz}{dt} > 0$ ist. Nun ist

$$\frac{d^2z}{dt^2} = -\nu\lambda\,(1-z)\,e^{\alpha_1-\nu z}\frac{dz}{dt} - \lambda\frac{dz}{dt}\,e^{\alpha_1-\nu z},$$

also tatsächlich <0 w. z. b. w. Daß $\frac{dz}{dt} >$ ist, sieht man folgendermaßen ein: Im Moment $t=0$ ist es sicher >0, da ja bis dahin rasch belastet worden ist. Wenn es aber einmal größer als Null ist, kann es höchstens Null werden und zwar exakt nach unendlich langer Zeit und muß dann Null bleiben, $\frac{d\varepsilon'}{dt}$ selber erreicht dann den Grenzwert $a_1 e^{\nu z_\infty}$.

Bei den Spannungs-Dehnungsdiagrammen mit konstanter Belastungsgeschwindigkeit hatten wir gesehen, daß bei Einsetzen des Sinkens der Last zunächst noch ein Weiterdehnen stattfindet. Dies geht unmittelbar aus den Formeln hervor. Wir haben zu setzen (Gl. 1):

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{E}\frac{d\sigma}{dt} + \frac{d\varepsilon'}{dt} \quad (E = \text{Elastizitätsmodul}).$$

In unserm Fall ist $\frac{1}{E}\frac{d\sigma}{dt} < 0$. $\frac{d\varepsilon'}{dt}$ ist unter allen Umständen >0. $\frac{d\varepsilon}{dt}$ wird also zunächst noch positiv sein können, erst wenn $\frac{d\varepsilon'}{dt}$ genügend klein geworden ist, beginnt die Dehnung abzunehmen. Man sieht also, daß die Erscheinungen durch die Formeln jedenfalls qualitativ richtig wiedergegeben werden.

Zum Schluß will ich noch eine Methode zur Bestimmung von ν, μ und a angeben. Nimmt man an, man habe einen Versuch so lange fortgesetzt, daß $\frac{dz}{dt} = 0$ geworden ist, d. h.

$$\frac{dz}{dt} = 0 = \lambda\,(1-z)\frac{d\varepsilon'}{dt} - \mu z, \qquad (4)$$

$$\ln\frac{d\varepsilon'}{dt} = \ln a + \beta\sigma - \nu z, \qquad (2\,b)$$

aus (2) ergibt sich

$$z = \frac{\lambda\frac{d\varepsilon'}{dt}}{\lambda\frac{d\varepsilon'}{dt} + \mu},$$

in (1 a) eingesetzt gibt das:

$$\ln\frac{d\varepsilon'}{dt} = \ln a + \beta\sigma - \nu\,\frac{\lambda\frac{d\varepsilon'}{dt}}{\lambda\frac{d\varepsilon'}{dt} + \mu},$$

trägt man $\ln\frac{d\varepsilon'}{dt}$ als Funktion von $\beta\sigma$ auf, so ergibt sich eine Kurve mit zwei Asymptoten für eins $\frac{d\varepsilon'}{dt} = 0$ und eins $\frac{d\varepsilon'}{dt} = \infty$. Der Abstand der beiden Asymptoten liefert ν. Hat man ν, so kann man aus zwei Punkten der Kurve μ und a bestimmen. Während die Bestimmung von ν aus den zur Verfügung stehenden Werten, vgl. Tabelle II, recht gut durchführbar ist — es ergab sich $\nu = 2{,}5$ in Übereinstimmung mit dem früheren Wert — ist die Bestimmung von a und μ nur eine ziemlich rohe, so daß man mit diesen Werten nicht gut rechnen kann. μ wurde $\sim 10^{-3}$ [sec^{-1}] gefunden. Man wird bei einer Fortsetzung der vorliegenden Arbeit wohl am besten tun, sich zunächst gute Grundlagen für die hier angegebene Bestimmung der Konstanten zu schaffen und von hier aus weiter zu arbeiten.

Herrn Professor Prandtl möchte ich auch an dieser Stelle meinen Dank für die Anregung zur Arbeit und für die Unterstützung, die er mir während der Anfertigung zuteil werden ließ, aussprechen.

(Eingegangen 21. Juli 1923.)

Die Störung von Pendel- und Kreiselapparaten durch die Beschleunigung des Fahrzeuges.

Von M. Schuler.

In folgenden Zeilen will ich kurz über die Einwirkung von Beschleunigungen des Fahrzeuges auf Pendel- und Kreiselapparate sprechen und zeigen, wie solche Störungen vermieden werden können.

Geschichtlich bin ich auf diese Fragen durch den Kreiselkompaß gelenkt worden, an dessen Ausbau ich gemeinschaftlich mit Anschütz-Kaempfe in Kiel arbeitete. Vor allem gab den Anstoß hierzu ein Aufsatz von O. Martienssen[1]), in dem er den Fehler des Kreiselkompasses bei Nord-Süd-Beschleunigung des Schiffes berechnete.

Bei einigen durchgeführten Beispielen kam Martienssen zu sehr großen Fehlern des Kompasses und schloß daraus, daß der Kreiselkompaß als genauer Richtungsweiser für die Navigation unbrauchbar sei. Ich stellte mir deshalb die Frage: Lassen sich derartige Beschleunigungsfehler durch entsprechende Konstruktion beheben?

Die Antwort lautet: ja! Und die Lösung ist fast trivial. Andererseits ist sie aber so umfassend gültig für jedes beliebige Pendel und jede beliebige Kreiselanordnung, daß ich mir erlaube, sie hier kurz darzulegen. Natürlich ist

1) Diese Zeitschr. 7, 535 ff., 1906.

die Trennung von Schwerkraft und Beschleunigung unmöglich, trotzdem kann man bei der Konstruktion eines mechanischen Apparates, der unter dem Einfluß der Schwere steht, die Größen so wählen, daß durch die auftretenden Beschleunigungen gerade solche Drehmomente auf den Apparat ausgeübt werden, wie sie bei der Änderung des Bewegungszustandes verlangt werden, so daß die Gleichgewichtslage dauernd erhalten bleibt.

Ich will den Leser aber nicht den unübersichtlichen Weg über die Kreiselkompaßgleichungen führen, den ich selbst gehen mußte, um die Lösung zu finden, sondern ich will mit dem einfachen Pendel beginnen.

Durch vertikale Beschleunigungen wird die Gleichgewichtslage eines normalen Fadenpendels nicht gestört. Dagegen kommt es bei horizontalen Beschleunigungen seines Aufhängepunktes ins Schwingen, auch wenn es vorher ruhig gehangen hat. Sobald z. B. ein Eisenbahnzug sich in Bewegung setzt, so schlägt ein darin aufgehängtes Pendel nach rückwärts aus. Aber auch eine Änderung der Bewegungs**richtung** genügt, um einen kräftigen Ausschlag des Pendels hervorzurufen, auch wenn die absolute Geschwindigkeit dieselbe geblieben ist. Anders würde es offenbar nur sein, wenn das Pendel die Länge des Erdradius hätte. Dann kann man sich beliebig auf der Erdoberfläche bewegen, ohne daß das Pendel dadurch im geringsten gestört wird. Denn sein Schwerpunkt bleibt immer im Erdmittelpunkt und damit in Ruhe. Allerdings ist die Erde keine genaue Kugel sondern ein Ellipsoid. Das Pendel muß genau gesprochen die Länge des Krümmungshalbmessers haben. Dieser ist in verschiedenen Breiten etwas verschieden, und am Äquator ist auch der Krümmungshalbmesser in der O—W-Ebene und in der N—S-Ebene nicht ganz gleich. Doch sind die Unterschiede nur Größen zweiter Ordnung, so daß bei den folgenden Betrachtungen die Erde als Kugel vorausgesetzt sei.

Natürlich ist ein solches Fadenpendel unausführbar, doch erreicht man dasselbe mit einem physischen Pendel, das die gleiche Schwingungszeit hat wie ein Fadenpendel von der Länge des Erdradius. Das ergibt die Bedingung:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{R}{g}} = 84 \text{ Minuten.} \qquad (1)$$

Zum Beweis betrachte man Fig 1. Das Fahrzeug bewege sich mit einer beliebigen Geschwindigkeit v in der Zeichenebene. Ferner bedeute:

R = Erdradius,
ω = Winkelgeschwindigkeit des Erdradius,

$$v = R \cdot \omega = \text{Geschwindigkeit des Fahrzeuges,}$$
$$\gamma = R \cdot \frac{d\omega}{dt} = \text{Beschleunigung des Fahrzeuges,} \qquad (2)$$
Θ = Trägheitsmoment des physischen Pendels,
A = Aufhängepunkt " " "
S = Schwerpunkt " " "
a = Abstand: Aufhängepunkt — Schwerpunkt,
ω_1 = Drehgeschwindigkeit des Pendels.

Daraus ergibt sich:

$$T = 2\pi \sqrt{\Theta / mga} = \text{Schwingungszeit des Pendels, und} \qquad (3)$$

$$\frac{d\omega_1}{dt} = \frac{\gamma \cdot m \cdot a}{\Theta}, \qquad (4)$$

d. h. unter den beschleunigenden Momenten erfährt das Pendel bestimmte Änderungen seiner Drehgeschwindigkeit.

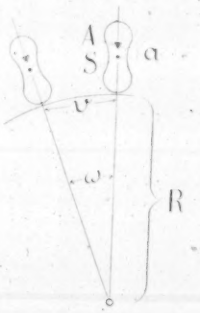


Fig. 1.

Ein Beobachter auf der Erde nennt nur dann ein Pendel in Ruhe, wenn die Drehgeschwindigkeit des Pendels immer gleich ist der Drehgeschwindigkeit der Erdschwere, d. h. $\omega_1 = \omega$. Ist nun zu Anfang der Fahrzeugbewegung das Pendel in Ruhe und damit diese Bedingung erfüllt gewesen, dann wird es dauernd der Fall bleiben, wenn $\frac{d\omega_1}{dt} = \frac{d\omega}{dt}$. Das erfordert aber nach den Gl. (2) und (4):

$$\gamma \cdot \frac{ma}{\Theta} = \gamma \cdot \frac{1}{R}.$$

Für den Fall $\gamma = 0$ ist diese Bedingung immer erfüllt; das heißt: wenn das Fahrzeug mit gleichförmiger Geschwindigkeit in einer bestimmten Ebene sich bewegt, dann ist jedes Pendel gleichberechtigt. Störungen können nicht eintreten. Kommen aber Beschleunigungen des Fahrzeuges vor, dann muß

$$\frac{\Theta}{mga} = \frac{R}{g} \qquad (5)$$

sein, sonst ist die Bedingung nicht erfüllt. Die Schwingungszeit des Pendels ergibt sich damit nach Gl. (3):

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{R}{g}} = 84 \text{ Minuten.}$$

Ein derartiges Pendel, wenn es einmal zur Ruhe gekommen ist, bleibt immer in seiner Gleichgewichtslage und zeigt die Lotlinie an, die an der betreffenden Stelle der Erdoberfläche herrscht, gleichgültig wie das Fahrzeug sich bewegt. Ein solches physikalisches Pendel ist aber immer noch unausführbar, denn selbst bei 20000 kg und 4 m Massenabstand würde man nur 0,6 Mikron Schwerpunktlieferlage erhalten.

Hier kommt uns die Natur mit ihren Kreiselgesetzen zu Hilfe, und ich behaupte nun, daß ein Kreisel, der durch die Schwerkraft in seiner Gleichgewichtslage gehalten wird, dann bei beliebigen Bewegungen auf der Erdoberfläche nicht aus seinem Gleichgewicht gebracht wird, wenn er eine Schwingungszeit von 84 Minuten besitzt. Dabei ist die Anordnung des Kreisels ganz gleichgültig. Das einzige Erfordernis ist die richtige Abstimmung der Schwingungszeit. Es ist dies aber auch die einzige Möglichkeit, die Störungen der Beschleunigungen auszuschalten. Ich will dies an zwei Beispielen beweisen: einem Kreisel mit vertikaler Achse (einem „Kreiselpendel" oder „künstlichen Horizont") und einem Kreisel mit horizontaler Achse (einem „Kreiselkompaß").

In Fig. 2 ist ein Kreisel mit vertikaler Achse dargestellt. Der Kreiselkörper dreht

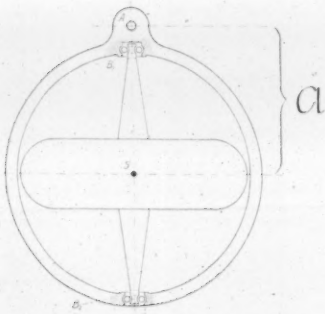


Fig. 2.

sich in zwei Kugellagern B_1 und B_2. Der Aufhängepunkt, der mit A bezeichnet ist, bildet eine Spitze oder eine Kugel, so daß das Kreiselpendel nach jeder Seite frei schwingen kann. S ist der Schwerpunkt des Pendels, a der Abstand des Aufhängepunktes vom Schwerpunkt. Die Kreiselachse wird also durch das Schweremoment $m \cdot g \cdot a \cdot \sin\beta$ in die vertikale Richtung gezogen, bei einem Neigungswinkel β gegen die Vertikale. Wird der Kreisel durch einen Motor angetrieben und auf gleichen Umdrehungszahlen gehalten, so hat er einen bestimmten Impuls J, und das Pendel beschreibt nach den Kreiselgesetzen einen Kegelmantel mit der Umlaufszeit:

$$T = 2\pi \cdot \frac{J}{mga}. \qquad (6)$$

Wir wollen nun einen Augenblick von der Erdrotation absehen, um das Mitschleppen konstanter Glieder bei den Rechnungen zu vermeiden. Jeder Geschwindigkeit v des Fahrzeuges entspricht wieder eine Winkelgeschwindigkeit ω des Erdradius. Damit der Kreisel diese Drehung mitmacht, muß ein Moment in der dazu senkrechten Ebene auf ihn ausgeübt werden, das sich nach Gl. (7) berechnet:

$$mga \cdot \sin\beta_1 = \omega \cdot J \cdot \cos\beta_1. \qquad (7)$$

Man erkennt dies am besten aus Fig 3. Die Winkel ω und β_1 bilden ein sphärisches

Fig. 3.

Dreieck, wobei β_1 senkrecht auf ω steht. Aus Gl. (7) berechnet sich für jede Geschwindigkeit v die zugehörige Gleichgewichtslage des Kreisels:

$$\operatorname{tg}\beta_1 = \frac{J}{mga} \cdot \frac{v}{R}.$$

Die Differentiation dieser Gleichung ergibt mit genügender Genauigkeit für kleine Winkel β_1:

$$\frac{d\beta_1}{dt} = \frac{J}{mga} \cdot \frac{d\omega}{dt}. \qquad (8)$$

Andererseits greifen die beschleunigenden Kräfte im Aufhängepunkt an, während die Massenkräfte im Schwerpunkt wirken. Es ergibt sich daraus ein Moment auf den Kreisel:

$$\gamma \cdot m \cdot a = m \cdot a \cdot R \frac{d\omega}{dt}$$

in der Ebene des Winkels ω.

Dieses Moment bewirkt eine Präzession des Kreisels in der dazu senkrechten Ebene, also in der des Winkels β, die sich berechnet:

$$\frac{d\beta_2}{dt} = \frac{R \cdot ma}{J} \cdot \frac{d\omega}{dt} \qquad (9)$$

Wird nun bei einer Beschleunigung des Fahrzeuges die Präzession des Kreisels immer gleich der Änderung der Gleichgewichtslage, so kann der Kreisel nicht ins Schwingen kommen, d. h. für

$$\frac{d\beta_1}{dt} = \frac{d\beta_2}{dt}$$

besteht Gleichgewicht. Die Gl. (8) und (9) ergeben für diesen Sonderfall die Bedingung:

$$\frac{J}{mga} \cdot \frac{d\omega}{dt} = \frac{Rma}{J} \cdot \frac{d\omega}{dt}.$$

Diese Gleichung ist für $\frac{d\omega}{dt} = 0$ immer erfüllt. Für den Fall einer gleichmäßigen Rotation ist also jedes Kreiselpendel gleichberechtigt. Treten aber beschleunigte Bewegungen auf, dann muß

$$\left(\frac{J}{mga}\right)^2 = \frac{R}{g} \qquad (10)$$

sein, damit Gleichgewicht besteht. Das heißt aber, wenn wir Gl. (6) der Schwingungszeit betrachten:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g}} = 84 \text{ Minuten.}$$

Aus dem Aufbau der Gleichung ersieht man auch, daß dies die einzige mögliche Lösung ist. Wird die Schwingungszeit anders gewählt, dann müssen sich immer Störungen des Kreisels ergeben. Andrerseits ist es gleichgültig, in welchem Sinne der Kreisel rotiert und ob der Schwerpunkt oberhalb oder unterhalb des Unterstützungspunktes liegt, denn sowohl J wie a kommen nur im Quadrat vor. Ein Kreisel, der auf der Spitze tanzt, ist also völlig gleichberechtigt mit dem in Fig. 2 dargestellten Kreiselpendel, wenn er nur seinen Präzessionskegel in 84 Minuten beschreibt. Man kann nach diesem Prinzip einen künstlichen Horizont bauen. Allerdings wird die Kreiselachse zur Vertikalen stets um einen Winkel β_1 geneigt sein, der sich aus der Bewegungsgeschwindigkeit errechnet. Für den auf 84 Minuten Schwingungszeit abgestimmten Kreisel ergibt sich:

$$\beta_1 = \frac{v}{\sqrt{Rg}} = \frac{v\,(\text{m/sec})}{7900}.$$

Dabei ist natürlich der größte Anteil dieses Winkels auf die Erddrehung zurückzuführen; denn der Kreisel macht keinen Unterschied, ob die Geschwindigkeit durch die Erddrehung oder durch die Bewegung des Fahrzeuges auf der Erde entsteht. Für den Äquator errechnet man z. B.:

$$\beta_1 = 3^0 20'.$$

Dies ist aber schon ein ganz beträchtlicher Winkel.

Will man die Korrekturrechnungen sparen, so kann man zwei gleiche Kreisel benutzen, von denen der eine im rechten und der andere im linken Sinne läuft. Dann wird das eine Mal β_1 positiv, das andere Mal negativ, und bei der Mittelbildung fällt der Winkel β_1 heraus. Wir erhalten so die wahre Lotlinie. Dagegen ist die Differenz der beiden Winkel proportional der Geschwindigkeit des Fahrzeuges gegen den Raum.

Zum Schluß komme ich auf den verwickeltsten Fall: den Kreisel mit horizontaler Achse, der bei dem Kreiselkompaß Verwendung findet. Die Anordnung ergibt sich aus Fig. 4. Der

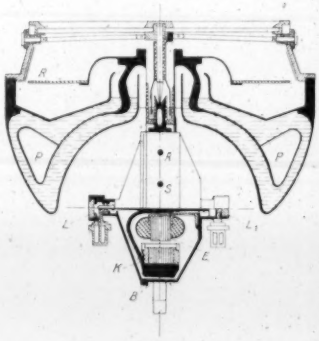


Fig. 4.

Kreisel (K), der sich in den Kugellagern (L und L_1) dreht, wird durch einen elektrischen Drehstrommotor (E) angetrieben und ist vollständig in einer Kappe (B) eingeschlossen. Das Kreiselsystem ist an einem eisernen Hohlring (P), der möglichst reibungsfrei in Quecksilber schwimmt, so aufgehängt, daß die Kreiselachse durch die Schwerkraft stets in der horizontalen Lage gehalten wird. Denn der Auftriebpunkt (A) des Schwimmers liegt eine bestimmte Strecke a oberhalb des System-Schwerpunktes (S). Die Erddrehung wirkt auf einen derartigen Kreisel so ein, daß seine Gleichgewichtslage der Meridian ist. Um diese Gleichgewichtslage schwingt

der Kreisel hin und her, bis er durch eine angebaute Dämpfungseinrichtung zur Ruhe gebracht wird. Der Kurs kann an der Rose (R) abgelesen werden, auf der die Richtung der Kreiselachse mit $N—S$ bezeichnet ist. Die Schwingungszeit eines solchen Kreiselkompasses um den Meridian ist[1]):

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgau\cos\varphi}}. \qquad (11)$$

u ist die Winkelgeschwindigkeit der Erddrehung und φ die geographische Breite.

Ich behaupte nun, daß ein Kreiselkompaß nur bei einer Schwingungszeit von 84 Minuten störungsfrei arbeitet. Der Beweis kann ähnlich erbracht werden, wie vorhin bei dem Kreiselpendel. Nur liegen jetzt die Ausschlagswinkel des Kreisels, die man betrachten muß, in der Horizontalebene.

Die Gleichgewichtslage des Kreiselkompasses liegt auf einem fahrenden Schiffe um einen Winkel δ gegen die N—S-Linie verdreht, wie aus Fig. 5 ohne weiteres hervorgeht, die eine Aufsicht auf die Horizontalebene darstellt.

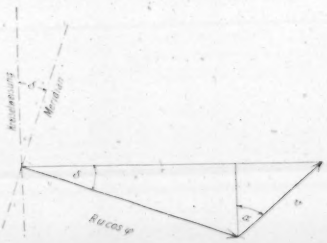


Fig. 5.

$R \cdot u \cdot \cos\varphi$ ist die Bewegungsgeschwindigkeit durch die Erddrehung allein. Hierdurch stellt sich der Kompaß in die N—S-Richtung ein.

Kommt nun eine Schiffsgeschwindigkeit v unter dem am Kompaß abgelesenen Kurswinkel α hinzu, so stellt sich der Kompaß senkrecht zu der Resultante beider Geschwindigkeiten. Es errechnet sich so ein „Fahrtfehler“:

$$\sin\delta = \frac{v\cdot\cos\alpha}{Ru\cdot\cos\varphi}. \qquad (12)$$

Dieser Winkel ist nur von Erd- und Schiffsbewegung, nicht aber von der Konstruktion des Kreiselkompasses abhängig.

Andererseits verursacht eine Fahrtbeschleunigung γ_N in Richtung der Kreiselachse ein Drehmoment in der Vertikalebene und damit eine Präzession des Kreisels in der Horizontalebene. Der Präzessionswinkel μ berechnet sich aus folgender Gleichung:

$$\sin\mu = \frac{ma}{J}\cdot\int_0^T \gamma_N dt.$$

Das Integral wird uns von der Natur ausgewertet. Wenn wir die Zeit von der Abfahrt des Schiffes nehmen, so ist

$$\int_0^T \gamma_N \cdot dt = v\cdot\cos\alpha$$

gleich der Geschwindigkeit des Schiffes in Richtung der Kreiselachse. Und so erhalten wir schließlich:

$$\sin\mu = \frac{ma}{J}\cdot v\cdot\cos\alpha. \qquad (13)$$

Wenn dauernd Gleichgewicht bestehen soll, so muß $\mu = \delta$ sein. Und daraus ergibt sich:

$$\frac{J}{mga\cdot u\cdot\cos\varphi} = \frac{R}{g},$$

d. h. eine Schwingungszeit des Kreiselkompasses von 84 Minuten. Diese Forderung kann allerdings nur für eine bestimmte geographische Breite erfüllt werden, da die Schwingungszeit vom Cosinus der geographischen Breite abhängt. Man wird also den Kompaß für eine mittlere geographische Breite abstimmen, auf der er normalerweise gebraucht wird. Die Kreiselkompasse werden, seitdem ich diese Bedingungsklausel aufgestellt habe, sowohl von der deutschen Firma Anschütz & Co., wie von ausländischen Firmen nach dieser Regel gebaut. Auf Fig. 4 erkennt man den in eigentümlicher Weise über den Kreisel heruntergezogenen Schwimmer. Es hat dies den Zweck, gerade diejenige Schwerpunkttieferlage zu erhalten, die eine Schwingungszeit von 84 Minuten ergibt. Dagegen ist es, soviel ich weiß, bisher noch nicht gelungen, einen künstlichen Horizont zu bauen, der volle 84 Minuten Schwingungszeit besitzt. Die längsten Schwingungszeiten, die ich bisher im Laboratorium erreicht habe, waren etwa 30 Minuten. Doch sind hier nur rein technisch konstruktive Schwierigkeiten zu überwinden. Nachdem einmal der Wegweiser gefunden ist, wie man zum Ziele gelangen kann, wird es durch geschickte Kreiselanordnung wohl bald möglich sein, auch das Ideal zu verwirklichen.

Oben ergab sich, daß ein Kreiselhorizont mit zwei gegenläufigen Kreiseln gleichzeitig auch die Geschwindigkeit des Fahrzeuges anzeigt. Und es wäre das Ideal eines Fliegers erreicht, wenn er ein ungestörtes Pendel besäße und

1) Näheres bei F. Klein und A. Sommerfeld, Über die Theorie des Kreisels, Bd. IV, S. 845 ff.

gleichzeitig die Geschwindigkeit seiner Fortbewegung ablesen könnte. Die Richtung seiner Bewegung gibt ihm der Kreiselkompaß. Es ist dies einfach die O—W-Linie der Kompaßrose. Eine Schwierigkeit entsteht erst dadurch, daß die Erddrehung mit berücksichtigt werden muß; denn der Flieger will ja nur seine Geschwindigkeit gegen Erde kennen. Der Kreiselapparat gibt aber die gesamte Geschwindigkeit, und er muß hiervon die Erddrehung abziehen, um die Geschwindigkeit des Flugzeuges gegen Erde zu erhalten. Dazu muß er aber die Richtung und Neigung der Erdachse kennen. Mit einer Magnetnadel diese Bestimmungen zu machen, ist ganz aussichtslos, da die Genauigkeit bei weitem nicht ausreicht. Es bleibt nur übrig, zu Stern- oder Sonnenpeilungen zu greifen. Dazu benötigt der Flieger aber:

ein Chronometer,
einen Winkelmeßapparat,
ein Jahrbuch mit den vorausberechneten Sternorten,
das Kreiselpendel, das als künstlicher Horizont dient.

Man sieht also, daß der Flieger die gleichen Hilfsmittel benötigt wie der Seemann bei seiner Ortsbestimmung, nur benützt dieser als Horizont die See, während der Flieger einen künstlichen Horizont braucht. Mehr erreichen zu wollen, z. B. durch Addition von Beschleunigungsdrücken die Geschwindigkeit zu registrieren, ist ein ganz unmögliches Beginnen. Denn die Schwierigkeit besteht ja darin, daß die Richtung der Erdachse bestimmt werden muß, und dies ist eben nur durch Beobachtung von Gestirnen möglich.

Die große Bedeutung eines künstlichen Horizonts besteht darin, daß mit seiner Hilfe jederzeit eine Ortsbestimmung gemacht werden kann. Es ist so möglich, auf dem Flugzeug ebenso wie jetzt auf dem Schiff eine richtige Navigation mit Bestimmung der Abtrift und mit Kursverbesserung durchzuführen. Es ist doch zu erwarten, daß in 20—30 Jahren Flüge von Europa nach Amerika keine Seltenheit sein werden. So große Strecken kann man aber nur sicher überfliegen, wenn durch einen Kreiselhorizont eine gute Navigation gewährleistet ist. Man kann wohl hoffen, daß aufbauend auf obigen Darlegungen in bedeutend kürzerer Zeit ein künstlicher Horizont von genügender Genauigkeit geschaffen werden kann. Auch für die Schiffahrt wäre ein solcher Apparat von großem Nutzen, da es dann möglich wäre, auch bei schlecht sichtbarem Wasserhorizont und auch nachts Ortsbestimmungen durchzuführen.

Zusammenfassung.

Wenn man am Schluß die obigen Betrachtungen zusammenfaßt, so besteht das interessante Ergebnis darin, daß die verschiedenen betrachteten mechanischen Apparate nur bei einer Eigenschwingungszeit von 84 Minuten keine Störungen durch beliebige Bewegungen des Fahrzeuges erleiden. Es liegt hier offenbar ein allgemeines Gesetz zugrunde, das etwa so lautet:

Ein schwingungsfähiges mechanisches System, auf dessen Schwerpunkt eine zentrale Kraft wirkt, wird bei beliebigen Bewegungen auf einer Kugelschale um das Kraftzentrum dann nicht zu Schwingungen angeregt, wenn seine Schwingungszeit gleich ist der eines Pendels von der Länge des Kugelradius in dem wirkenden Kraftfeld. Den allgemeinen Beweis des Satzes muß ich allerdings schuldig bleiben. Ich habe ihn in dieser Arbeit nur für die wichtigsten typischen Anordnungen durchgeführt. Die Schwierigkeit eines allgemeinen Beweises erkennt man daraus, daß bei den einzelnen Systemen ganz verschiedene Ausgangsgleichungen zugrunde gelegt werden mußten. In nebenstehender Tabelle sind die Hauptgleichungen noch einmal übersichtlich zusammengestellt.

Bei dem Fadenpendel beweist die Anschauung ohne weiteres den Satz. Bei dem phy-

Tabelle der Hauptgleichungen.

1. Physisches Pendel	2. Kreisel-Pendel	3. Kreisel-Kompaß
$T = 2\pi \sqrt{\frac{\Theta}{mga}}$	$T = 2\pi \cdot \frac{\mathcal{J}}{mga}$	$T = 2\pi \sqrt{\frac{\mathcal{J}}{mga \cdot u \cdot \cos\varphi}}$
$\frac{d\omega}{dt} = \frac{\gamma}{R}$	$\frac{d\beta_1}{dt} = \frac{\mathcal{J}}{mga} \cdot \frac{d\omega}{dt}$	$\sin\delta = \frac{v \cdot \cos\alpha}{R \cdot u \cdot \cos\varphi}$
$\frac{d\omega_1}{dt} = \frac{\gamma \cdot ma}{\Theta}$	$\frac{d\beta_2}{dt} = \frac{R \cdot ma}{\mathcal{J}} \cdot \frac{d\omega}{dt}$	$\sin\mu = \frac{ma}{\mathcal{J}} \cdot v \cdot \cos\alpha$
für $d\omega = d\omega_1$	für $d\beta_1 = d\beta_2$	für $\delta = \mu$
$\frac{\Theta}{mga} = \frac{R}{g}$	$\left(\frac{\mathcal{J}}{mga}\right)^2 = \frac{R}{g}$	$\frac{\mathcal{J}}{mga \cdot u \cdot \cos\varphi} = \frac{R}{g}$

sischen Pendel liefert die Drehung des Erdradius in der Bewegungsrichtung des Fahrzeuges die Bedingungsgleichungen, während bei dem Kreiselpendel der Ausschlagwinkel in der zur Bewegung senkrechten Vertikalebene maßgebend ist. Bei dem Kreiselkompaß muß dagegen die Präzession des Kreisels in der Horizontalebene in Beziehung gebracht werden zu dem Fahrtfehler des Kompasses.

Es ist vielleicht bezeichnend für menschliches Schaffen, daß ich gerade über die verwickelten und unübersichtlichen Gleichungen des Kreiselkompasses durch Rechnung auf die Erkenntnis dieses einfachen und klaren Zusammenhanges geführt wurde.

Kiel, Juli 1923.

(Eingegangen 8. Juli 1923.)

Lichtelektrische Ströme von hundert Ampère?

Erwiderung von W. Schottky.

Den kürzlich in dieser Zeitschrift veröffentlichten Erklärungsversuchen der Herren Dällenbach und Jahn[1]) zu den von uns beschriebenen Erscheinungen in Großgleichrichtern[2]) mit metallischem Gehäuse vermag ich mich aus Gründen, die zum Teil schon in unserer Arbeit diskutiert sind, nicht anzuschließen, da sie weder die Absolutgröße noch den Sättigungscharakter der beobachteten Gehäuseströme wirklich plausibel zu machen vermögen.

Ein geeigneterer Weg, die auch von uns betonte quantitative Seltsamkeit des Effekts verständlicher zu machen, scheint mir in anderer Richtung zu liegen, und ich darf vielleicht bei dieser Gelegenheit schon ein paar Worte darüber sagen, obgleich wir mit der begonnenen Nachprüfung der experimentellen Schlußfolgerungen noch in den ersten Anfängen stehen.

Ich halte es für möglich, daß es zwar die Energie der durch die Hauptentladung angeregten Quecksilberatome ist, die zur Auslösung der beobachteten starken Ströme aus der Gehäusewand dient, daß diese Energie aber nicht nur in Form von Strahlung, sondern auch noch auf anderem Wege zu der inneren Oberfläche des Gehäuses gelangt.

Wie A. Günther-Schulze gezeigt hat[3]), treten in technischen Quecksilberdampfentladungen Dampfstrahlgeschwindigkeiten bis über 10 m pro Sekunde auf. Andererseits ist es bekannt, wenn auch noch keine hinreichenden quantitativen Daten darüber vorliegen, daß die Resonanzstrahlung des Quecksilbers, wenn sie einmal angeregt ist, sich in reinem und nicht zu verdünntem Quecksilberdampf wegen der fortwährenden Wiederabsorption verhältnismäßig lange in einem gegebenen materiellen Volumenelement des Dampfes aufhält und gewissermaßen nur durch Diffusion an die Wände gelangt. Es ist deshalb anzunehmen, daß bei genügend großer Strahlgeschwindigkeit jedes Strahlungsquant, mag es entstanden sein, wo es wolle, durch Mitführung an diejenigen Teile des Apparates gelangt, wo sich das Quecksilber kondensiert. Das ist aber das Gehäuse.

Hierdurch wäre die Energiebilanz des Vorgangs im Sinne des Einsteinschen Äquivalenzgesetzes bereits erheblich verbessert, da jetzt nicht nur die Energie im freibrennenden Teile des Lichtbogens in Frage käme, sondern mindestens noch die im Kathodenbecher. Setzen wir — übrigens in Übereinstimmung mit den obengenannten Verfassern — den für die Anregung der wirksamen Strahlung maßgebenden Potentialfall mit 10 Volt an, so erhalten wir bei einem Betriebsstrom von 500 Amp. eine verfügbare Leistung von $10 \cdot (500 - 100) = 4000$ Watt. Würde diese Leistung voll in wirksame Strahlung 2537 umgesetzt und würde pro Quant $h\nu$ ein Elektron erzeugt, so ergäben sich immerhin bei dieser Frequenz 800 Amp. Gehäusestrom. Der beobachtete Gehäusestrom von 93 Amp. liegt dann jedenfalls nicht mehr von vornherein außerhalb des Wahrscheinlichen. Zugleich wäre bei diesem Erklärungsversuch eine plausible Begründung für die Abhängigkeit der relativen lichtelektrischen Ausbeute von der Betriebsstromstärke gewonnen, da mit zunehmendem Betriebsstrom die Dampfstrahlgeschwindigkeit immer größer wird und dadurch die zunächst sicher vorhandenen Verluste von wirksamer Strahlung immer kleiner werden, die durch Absorption am Kathodenbecher usw. entstehen.

Nun zu dem von den Herren Dällenbach und Jahn herangezogenen Vergleich mit direkten Messungen der Ausbeute des lichtelektrischen Effektes pro absorbierter Strahlungseinheit. Die höchste bisher erzielte Ausbeute war nach Pohl und Pringsheim[1]) 0,0015 Coulomb pro Grammkalorie aufgenommener Strahlung bei der Wellenlänge 0,365 μ.

1) Diese Zeitschr. **24**, 265—269, 1923.

2) M. Schenkel u. W. Schottky, Über die Beteiligung des metallenen Gehäuses an den Entladungsvorgängen in Großgleichrichtern. Wissenschaftl. Veröffentlichungen des Siemenskonzerns, Bd. **2**, S. 252—274, 1922.

3) Dissoziation, Temperatur und Dampfdruck im Quecksilberlichtbogen. Zeitschr. f. Physik **11**, 260—283, 1922.

1) Verhandlungen der deutschen Gesellschaft **15**, 173, 1913.

Bei uns wäre dagegen die Ausbeute $\frac{93}{4000}$ Amp. pro Watt = 0,023 Amp. pro Watt oder 0,0055 Coulomb pro Kalorie. Das ist immerhin fast 4 mal mehr als die bisherige Höchstausbeute. Nun sind mir allerdings noch keine Ausbeutemessungen bei den für uns in Frage kommenden kürzeren Wellenlängen bekannt, die eine Vervierfachung des bisherigen günstigsten Effekts mit Sicherheit ausschließen könnten.

Immerhin wird man eine so hohe lichtelektrische Ausbeute nicht gerade für wahrscheinlich halten. Hier ist jedoch noch ein neuartiger Umstand zu berücksichtigen, den ich schon in einem an Herrn Günther-Schulze gerichteten Brief vom 11. Dez. 1922 zur Diskussion stellte. Es ist durchaus nicht sicher, daß die Resonanzstrahlung, die ja während ihrer Lebensdauer und während ihres Transportes an die Kondensationsstelle des *Hg*-Dampfes außerordentlich oft ihre Träger wechselt und teils in freiem Zustande, teils als Anregungsenergie des Atoms die Bahn von ihrem Entstehungsbis zu ihrem Vernichtungspunkt durchläuft, im letzten Augenblick, ehe sie auf das Gehäuse auftrifft, sich gerade in freiem Zustande befindet: sie kann ebensogut das letzte Stück gewissermaßen auf dem Rücken eines der auf die Wand zufliegenden Quecksilberatome durchlaufen. Diese Annahme gewinnt eine quantitative Stütze durch folgende Überschlagsrechnung.

Aus den Absorptionsmessungen an der Linie 2537 von Füchtbauer und Joos (Ann. d. Phys. **71**, 204—227, 1923) ergibt sich die Länge, innerhalb deren eine Welle von 2537 Å in Quecksilberdampf von 1000 mm Druck absorbiert wird, bei 100° C gleich 0,067 cm. Dabei ist der Absorptionsbereich nur aus der Dopplerverschiebung berechnet, da, wie die zitierten Autoren zeigen, bei Drucken unter etwa 10 cm *Hg* für alle untersuchten Fremdgase die Druckverbreiterung klein ist gegen die Dopplerverbreiterung. Ebenso ist für die spektrale Verteilung der reemittierten Strahlung nur die Dopplerverbreiterung berücksichtigt.

Die Druck- und Temperaturverhältnisse bei der Kondensation am Gehäuse betragen nach den Untersuchungen von Günther-Schulze bei stärkeren Kondensationsströmen etwa 100° C und dementsprechend einen Druck von ca. 230 μ *Hg*. Die „Absorptionslänge" für die Strahlung wäre also am Gehäuse etwa gleich $\frac{1}{230} \cdot 0{,}067\ \text{cm} = 3 \cdot 10^{-4}\ \text{cm}$ anzunehmen; bei höheren Dichten entsprechend kleiner. Man kann also annehmen, daß ein Strahlungsquant, welches von einem weniger als etwa $2 \cdot 10^{-4}$ cm von der Gehäusewand entfernten Atom emittiert wird, mit großer Wahrscheinlichkeit an der Wand absorbiert wird, während die von weiter entfernten Atomen ausgesandten Quanten die größere Chance haben, noch vorher von einem anderen Atom absorbiert zu werden. Infolgedessen müßte die Zeit, die ein Atom zum Durchfliegen von $2 \cdot 10^{-4}$ cm braucht, in die Größenordnung der Lebensdauer des angeregten Zustandes kommen, damit ein Transport zur Wand auf dem Rücken eines Atoms Wahrscheinlichkeit gewinnt. Bei einer geschätzten Lebensdauer von 10^{-8} Sekunden würde das bei Atomgeschwindigkeiten von $2 \cdot 10^4$ cm/sec erreicht sein. Bei der Frage, ob diese Geschwindigkeiten in unserem Fall realisiert sind, hat man zu entscheiden, ob es die geordneten oder ungeordneten (thermischen) Geschwindigkeiten der Atome sind, die hier in Frage kommen, und eine einfache Überlegung ergibt, daß die ungeordnete Bewegung mit ins Spiel kommt, wenn, wie zu vermuten, die freie Weglänge der Atome (auch der angeregten) größer ist als die eines Strahlungsquantes. Nun ist aber die mittlere thermische Geschwindigkeit der *Hg*-Atome bei etwa 400° absolut[1]) in der Tat etwa $2 \cdot 10^4$ cm/sec. Rechnet man noch dazu die geordnete Geschwindigkeit von derselben Größenordnung, so kommt man in der Tat zu dem Schluß, daß die Möglichkeit einer wesentlich konvektiven Übertragung der Strahlungsquante an die Wand durchaus als gegeben zu betrachten ist.

Damit wäre aber der für die Elektronenauslösung an der Gefäßwand maßgebende Prozeß nicht mehr als der gewöhnliche lichtelektrische anzusehen, sondern als ein Prozeß, der in den von J. Franck und seinen Mitarbeitern untersuchten Stößen 2. Art von angeregten Gasatomen auf andere Gasatome sein Analogon besitzt. Nur würde hier die Anregungsenergie nicht zu Umsetzungen der getroffenen Gasatome, sondern zu Umsetzungen in der Oberfläche eines festen (metallischen) Körpers benutzt werden, und es könnten prinzipiell alle diejenigen Prozesse dadurch ausgelöst werden, deren Energieverbrauch kleiner ist als die zur Verfügung stehende Energie des angeregten Atoms. Das ist nun in der Tat bei der Auslösung von Elektronen durch ein $h\nu$-Quant, das 4,9 Volt entspricht, der Fall, da die Austrittsarbeiten der Elektronen ja bei allen untersuchten Metallen unter 5 Volt liegen. Speziell wäre natürlich derjenige Mecha-

1) Dies wäre nach Günther-Schulze etwa die Temperatur in der Nähe der Wand.

nismus zu betrachten, bei dem das Elektron des angeregten Atoms selbst dasjenige ist, welches beim Auftreffen des Atoms auf die Oberfläche zur Emission gelangt.

Über die Ausbeute dieses vermuteten neuen Effektes, den ich als konvektiven lichtelektrischen Effekt bezeichnen möchte, liegen natürlich noch keine experimentellen Ergebnisse vor, und es steht vor der Hand nichts im Wege, diese Ausbeute höher als die des gewöhnlichen lichtelektrischen Effektes anzunehmen. Dann wäre aber der Widerspruch mit den bisherigen lichtelektrischen Ausbeutemessungen nicht mehr bedenklich, und es wäre als selbstverständlich nur zu fordern, daß die Ausbeute nicht ≥ 1 ist, was bei den oben angegebenen Maximalwerten von ca. $^1/_{10}$ durchaus erfüllt ist.

Untersuchungen, die durch die hier sich bietenden Probleme angeregt werden, sind im Gleichrichter-Laboratorium der Siemens-Schuckert-Werke im Gange; doch würden wir es nur begrüßen, wenn das Problem gleichzeitig auch von anderer Seite in Angriff genommen und wir durch entscheidende Ergebnisse, gleichviel ob positiver oder negativer Art, unterstützt würden. Die von den Herren Dällenbach und Jahn beigebrachten Überlegungen und ihre mit den unseren übrigens vollkommen konformen Experimente scheinen mir das jedoch noch nicht zu leisten.

(Eingegangen 6. August 1923.)

BESPRECHUNGEN.

A. Schulze, Die elektrische und Wärme-Leitfähigkeit. 1. Lieferung (Bd. II, Teil II, Heft 6 der Metallographie von W. Gürtler.) gr. 8°. VIII u. 185 S. Mit 36 Abb. Berlin, Gebr. Borntraeger. 1923. Grdz. geh. M. 11.25.

Gürtlers umfassend angelegtes Hand- und Lehrbuch der Metallographie ist für den Praktiker bestimmt. Einzelne Teile bringen jedoch auch dem reinen Physiker Wertvolles. Vom Standpunkt des letzteren aus ist im folgenden gesprochen.

In der vorliegenden ersten Lieferung des 6. Heftes gibt Schulze eine kritische Zusammenstellung des wichtigsten Beobachtungsmaterials über die Beziehung der elektrischen Leitfähigkeit der Metalle (ohne Legierungen) und einiger sonstiger Elemente zu verschiedenen anderen physikalischen Größen. Den weitaus größten Teil des Raumes nimmt die Temperaturabhängigkeit einschließlich Supraleitung ein. Weiterhin werden je auf wenigen Seiten behandelt: Die Beeinflussung der Leitfähigkeit durch Modifikationsänderung, Schmelzen, Verformung, Druck, Magnetfeld, Wechselstrom, Belichtung, Struktur, Schichtdicke und Pulverisierung. Den Schluß bildet eine kurze Übersicht über die verschiedenen Theorien der metallischen Leitung in enger Anlehnung an die jüngst erschienene Darstellung von K. Siebel.

Ein Bedürfnis nach einer Zusammenstellung des umfangreichen, zerstreuten und teilweise schwer zugänglichen Zahlenmaterials ist sicher vorhanden. Landolt-Börnsteins Tabellen bringen nur die nach dem berufenen Urteil Holborns gegenwärtig besten Werte; andere Darstellungen der metallischen Leitung beschränken sich auf eine mehr oder minder kleine Auswahl. Wer auf diesem Gebiet arbeitet, wird daher für eine vollständige Sammlung des Beobachtungsmaterials dankbar sein.

Die Vollständigkeit scheint im vorliegenden Buch erreicht, soweit Stichproben aus deutschen Referatenblättern urteilen lassen.

Schulzes Kritik bezieht sich im wesentlichen auf die Reinheit des Materials, im übrigen bringt er die Messungen meist ohne eigene Stellungnahme.

Der Verfasser wählt einen Mittelweg zwischen rein sachlicher Zusammenstellung und einer mehr persönlichen zusammenfassenden Darstellung; das führt zu einer gewissen Breite und vermindert die Übersichtlichkeit. Auch stilistische Härten beeinträchtigen leider den Wert des Buches.

Aus der Fülle kleinerer Versehen, die bei einer Neuauflage zu berichtigen wären, greife ich folgende heraus:

Germanium und Thorium sind keine seltenen Erden.

Dämpfe der Alkalimetalle leiten nicht metallisch.

Der Text vor Tabelle 2 paßt nicht zu ihrem Inhalt.

Die um den Faktor 10 verschiedene Leitfähigkeit von Uran und Iridium sollte nicht „ähnlich" genannt werden.

Störend ist bei der Benutzung eines solchen Einzelheftes der Metallographie, daß das Literaturverzeichnis in einem gesonderten Band zusammengefaßt wird; einen gewissen Ersatz bieten die stets angeführten Jahreszahlen.

B. Gudden.

Personalien.

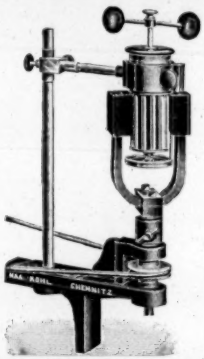
(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Ernannt: Der Privatdozent Dr. Robert Feulgen zum a. o. Professor für physiologische Chemie an der Universität Gießen, der Privatdozent der Physik an der Universität Münster (früher in Straßburg) Dr. Hermann Rohmann zum ord. Prof. der Physik an der Forstlichen Hochschule in Hann.-Münden.

Gestorben: Der Privatdozent für organische Chemie und organisch-chemische Technologie speziell Farbenchemie an der Technischen Hochschule Darmstadt Dr. Paul Friedlaender.

Für die Schriftleitung verantwortlich Dr. Hans Küstner in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

Max Kohl A.G. Chemnitz



52068. Modell eines Kurzschlussankers nach Friedr. C. G. Müller, für die Schwungmaschine.

Physikalische Apparate

Funken-Induktoren

Ölluftpumpen

Experimentier-Schalttafeln

Projektions-Apparate

Laboratorienmöbel

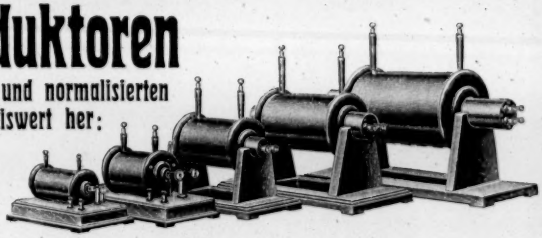
in gediegener Ausführung.

Weltausstellung Brüssel: 4 Grosse Preise; Turin: 2 Grosse Preise; Dresden: Grosser Preis.

Funken-Induktoren

stellen in großen Serien und normalisierten Typen besonders preiswert her:

Physikalische Werkstätten A.-G. Göttingen 1.



Besorgung aller wissenschaftlichen Literatur Zeitschriften - Serienwerke

übernimmt schnell und preiswert

Spezialbuchhandlung u. Antiquariat

Lehmann & Dollheimer

Leipzig, Roßstraße 22.

Angebote stehen kostenlos zur Verfügung.

S. HIRZEL IN LEIPZIG

W. Moede

Experimentelle Massenpsychologie

Mit 16 Abb. 8°. (VI u. 239 S.) 1920.

Grundzahl geh. M. 3.—, gebd. M. 4.50. Grundzahl mal Schlüsselzahl des Börsenvereins D. B. ergibt den Markpreis. Für das Ausland ist Grundzahl 1 = schweiz. Frank 1.25.

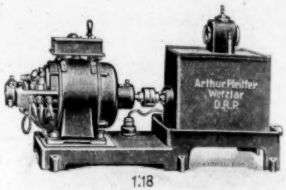
Der Betriebsleiter, der mit Arbeitermassen oder -gruppen zu tun hat, jeder, der Wirkungen auf die Massen auslösen will, alle werden in diesem Neuland von den Bäumen Früchte der Erkenntnis pflücken, die ihr geistiges Rüstzeug schärfen. Moede baut auf selbst erkanntem und versuchtem Tatsachenmaterial auf. Phantasieschlüsse sind ihm fremd. Und gerade deshalb ist seine Arbeit wertvoll. (Ingenieur-Zeitung.)

Bibliothek wird fortgesetzt.

Pfeiffer's

Haupt-Erzeugnisse

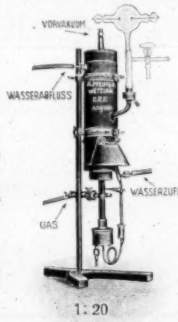
Liste E einfordern



1:18

Rotierende Öl-Luftpumpe D.R.P.

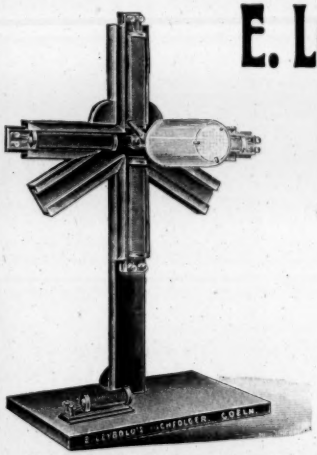
Quecksilber-Dampfstrahlpumpe
D. R. P. angem. ganz aus Stahl



1:20

Hochvakuum-Pumpen, Vakua bis $^1/_{1\,000\,000}$ mm Hg.
Saugleistung bis 50 cbm per Stunde
Photometer aller Systeme
Öl-Prüfapparate, Schnellviskosimeter usw.
Funken-Induktoren bis 1000 mm Funkenlänge
Doppel-Pendelgleichrichter
Oscillographen

Arthur Pfeiffer
Wetzlar



Universalstativ für Braun'sche Röhre nach Simon und Reich.

E. Leybold's Nachf. A.-G.

Cöln a/Rhein

Fabrik physikalischer Apparate

Zweigniederlassung:
Berlin NW 7, Dorotheenstraße 53

Projektionsapparate für Diaskopie und Episkopie
Hochvakuumpumpen nach Gaede

Katalog, enthaltend 16000 Nummern, wird Instituten auf Wunsch übersandt.

Für den Anzeigenteil verantwortlich S. Hirzel in Leipzig. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.